25

ആര്യഭടീയം

(വിവർത്തനവ്യാഖ്യാനം)

ഡോ. എൻ. ഗോപാലകൃഷ്ണൻ Ph.D., D.Litt
(Scientist & Hon. Director IISH)

ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിന്റിഫിക് ഹെറിറ്റേജ്
തിരുവനന്തപുരം – 695 018

Heritage Publication Series - 8

ആര്യഭടീയം

(വിവർത്തന വ്യാഖ്യാനം)

ഡോ. എൻ. ഗോപാലകൃഷ്ണൻ
Scientist & Hon. Director IISH

ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിന്റിഫിക് ഹെറിറ്റേജ്
തിരുവനന്തപുരം

ഹെറിറ്റേജ് പബ്ലിക്കേഷൻ സീരിസ് - 8

ആര്യഭടീയം (വിവർത്തന വ്യാഖ്യാനം)

1-12-2009 - 10th Edition

Dr. N. Gopalakrishnan
M.Sc (Pharm), M.Sc (Chem), M.A. (Soc), Ph.D. (Chem); D.Lit
(Scientist & Hon. Director IISH)

Published by:
Indian Institute of Scientific Heritage (IISH)
Registered Charitable Trust 328/99/IV
Ushus, Estate Road, Pappanamcode
Trivandrum - 695 018 (Ph. 0471 - 2490149)
www.iish.org

Rs. 25/-

Printed at:

Sree Printers (DTP, Offset & Screenprinting)
Ind. Estate, Pappanamcode, TVM - 19, Ph. 0471 - 2490135

DHANYATHMAN

IISH is spreading the messages of our motherland through our publications in the PDF format to all our well-wishers. Your support for the mission is welcome.

Details of the bank account

Beneficiary : IISH Trivandrum
Ac No : 57020795171
IFSC : SBIN0070030
Bank : SBI industrial estate, papanamcode
Trivandrum-19

In the service of the motherland and dharma

IISH Publication Team

ആര്യഭടാചാര്യന്റെ പാദങ്ങളിൽ സമർപ്പിക്കുന്നു!

· അത്യാധുനിക ശാസ്ത്രത്തെ, അക്ഷരാർത്ഥത്തിൽ, ഭാരതമണ്ണിൽ വളർത്തിയ ഒരുജ്ജ്വലശാസ്ത്രജ്ഞനായിരുന്നു ആര്യഭടൻ. AD 499 മാർച്ച് മാസം 21-ാം തീയതി, തന്റെ 23-ാമത്തെ വയസിൽ എഴുതിയ ആര്യഭടീയം എന്ന ഒറ്റ ഗ്രന്ഥം കൊണ്ട് ലോകത്തിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു ശാസ്ത്രജ്ഞൻ ആര്യഭടനെപോലെ പ്രതിഭാശാലിയായിട്ടുണ്ടെന്ന് പറയുക അസാദ്ധ്യമാണ്. അദ്ദേഹത്തിന്റെ ശാസ്ത്രീയ ചൈതന്യംകൊണ്ടുതന്നെയാണ് ഭാരതസർക്കാർ നമ്മുടെ സാറ്റലൈറ്റുകളിൽ ഒന്നിന് 'ആര്യഭട്ട' എന്നു നാമകരണം ചെയ്തത്. ജ്യോതിശാസ്ത്രത്തെ പൂർണമായും അത്യാധുനിക ഗണിതത്തിന്റെ തലത്തിലേക്ക് കൂട്ടികൊണ്ടു പോകുകയാണ് 1500 വർഷങ്ങൾക്കുമുമ്പ് ആര്യഭട്ടൻ ചെയ്തത്. അന്നുവരെ നിലനിന്നിരുന്ന ചില അന്ധവിശ്വാസങ്ങളെ പിഴുതെറിഞ്ഞ്, സ്വന്തമായി ഗണിത സൂത്ര വാക്യങ്ങളും, ഫോർമുലകളും, ഗണിതപദ്ധതികളും ആവിഷ്കരിച്ച് തന്റെ സിദ്ധാന്തങ്ങളെ ലോകസമക്ഷം കാഴ്ച വയ്ക്കുന്നു ആര്യഭടൻ. ഭൂമി ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നു എന്നു വ്യക്തമായി പറയുകമാത്രമല്ല അദ്ദേഹം ചെയ്തത്. 4 സെക്കൻറ് സമയം കൊണ്ട് 1 മിനിറ്റ് ആംഗിൾ നിരക്കിലാണ് ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നതെന്നും അദ്ദേഹം വ്യക്തമക്കി. 4320000 വർഷങ്ങളുള്ള ഒരു മഹായുഗത്തിൽ ഭൂമി 1582237500 പ്രാവശ്യം ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നു എന്നത് അദ്ദേഹം കൃത്യമായി ഗണിച്ചു. മഹത്തായ ഈ ഗ്രന്ഥത്തിലെ ഓരോവരിയും ഓരോ പദവും ആധുനിക ശാസ്ത്രമാണ്. രാഹുകേതുക്കളെക്കുറിച്ചോ, പുരാണകഥകളെക്കുറിച്ചോ, ആധുനിക വീക്ഷണത്തിലുള്ള ശാസ്ത്ര ത്തിന്റെ പരിധിയിൽപെടാത്തതോ ആയ ഒരു വിഷയവും ആര്യഭടീയ ത്തിലില്ല, എന്നതാണ് ഈ ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ പ്രത്യേകത. കെപ്ലയറും, ഗലീലിയോയും, കോപ്പർനിക്കസും, ന്യൂട്ടണും ജനിക്കുന്നതിന് 1000 ൽ പരം വർഷങ്ങൾക്കുമുമ്പാണ് ഈ ശാസ്ത്രജ്ഞന്റെ ജനനം. നാല് അദ്ധ്യായങ്ങളിലായി രചിച്ചിട്ടുള്ള ആര്യഭടീയ ഗ്രന്ഥത്തിൽ പ്രതിപാദിക്കുന്ന വിഷയങ്ങൾ ഇപ്രകാരമാണ് അത്യാധുനിക ശാസ്ത്രം തന്നെയാണ്.

ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഭ്രമണസംഖ്യ, ഗ്രഹങ്ങളുടെയും apogee, അതിന്റെ ഭ്രമണസംഖ്യ, ജീവൽസൃഷ്ടിക്കുശേഷമുള്ള കാലഘട്ടം, ഗ്രഹങ്ങളുടെ വ്യാസം, ഭ്രമണപഥത്തിന്റെ ചെരിവ്, കൃത്യമായ apogee യുടെ ആംഗിൾ, സഞ്ചാരപഥത്തിലെ ഭ്രമണസ്വഭാവം, 225'(മിനിറ്റ്) വീതം ആംഗിളുകളുടെ R x Sine angle മൂല്യങ്ങൾ 0° മുതൽ 90° വരെ, സംഖ്യരചനാഗണിതം, വർഗ (square) വിവരണം, വർഗമൂലം (cube root) ഘനവും ഘനമൂലവും, തൃകോണ-വൃത്ത- ട്രപീസിയ വിസ്തീർണം, π യുടെ മൂല്യം, ആർക്ക് (arc) നിയമം, light and shadow നിയമം, പൈതഗോറസ് നിയമം, രണ്ടുവൃത്തങ്ങളുടെ

ബന്ധനിയമം, arthemetic progression ആൾജിബ്രനിയമം, പലിശ കണ്ടുപിടിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം, ഭിന്ന സംഖ്യകളുടെ ഗുണന-ഹരണ നിയമങ്ങൾ തുടങ്ങി അനേകം ഗണിത ജ്യോതിശാസ്ത്രവിഷയങ്ങളാണ് ആര്യഭടീയത്തിലുള്ളത്. ഇതിലെ ആധുനികശാസ്ത്രത്തിന് ഒരു ഉദാഹരണം.

AD 499 മാർച്ച് 21-ാം തീയതി ഞായറാഴ്ച ഉച്ചയ്ക്ക് ഉജ്ജയിനിയിൽ നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ ഗ്രഹങ്ങളുടെ സ്ഥാനം ആര്യഭട ഗണനവും ആധുനികശാസ്ത്ര വിവരണവും. അത്യത്ഭുതകരമായ കൃത്യത നോക്കുക!

ഗ്രഹം	ആര്യഭടീയം	ആധുനികശാസ്ത്രം
സൂര്യൻ	360° 0′ 0″	359° 42′ 5″
ചന്ദ്രൻ	280° 48′ 0″	280° 24′ 52″
ചന്ദ്രോച്ചം	35° 42′ 0″	35° 24′ 38″
ചന്ദ്രോദയബിന്ദു	352° 12′ 0″	352° 2′ 26″
കുജൻ	7° 12′ 0′	6° 52′ 45″
ബുധൻ	186° 00′ 0′	183° 9′ 51″
ഗുരു	187° 12′ 0′	187° 10′ 47″
ശുക്രൻ	356° 24′ 0′	356° 7′ 51″
ശനി	49° 12′ 0″	48° 21′ 13″

1999 മാർച്ച് 21-ാം തീയതി ആര്യഭടീയം എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ, 1500-ാം വാർഷികം കൊണ്ടാടുകയാണ്. ഒന്നര സഹസ്രാബ്ദത്തിന് മുമ്പ് രചിച്ച ഒരു ഗ്രന്ഥവും, അത് എന്നാണ് രചിച്ചതെന്ന് വ്യക്തമായി പറയുക സാദ്ധ്യമല്ല, ആര്യഭടീയത്തിനുമാത്രം ലഭിച്ച ഈ ആയിരത്തി അഞ്ഞൂറാം ജന്മദിനാ ഘോഷവേളയിൽ, ഭാരതീയ ശാസ്ത്ര പാരമ്പര്യത്തെക്കുറിച്ചറിയുവാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്ന വിജ്ഞാനദാഹികൾക്ക് ആര്യഭടീയത്തിന്റെ ഈ പരിഭാഷ,. **ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിൻറിഫിക് ഹെറിറ്റേജ്, ആര്യഭടാചാര്യൻ എന്ന അത്യാധുനിക ശാസ്ത്രജ്ഞന്റെ പാദങ്ങളിലൂടെ സമർപ്പിക്കുന്നു.**

ഡോ: എം. സാമ്പശിവൻ
ചെയർമാൻ

ഡോ: എൻ. ഗോപാലകൃഷ്ണൻ
ഹോണ. ഡയറക്ടർ

ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിൻറിഫിക് ഹെറിറ്റേജ്, തിരുവനന്തപുരം

21 - 3 - 1999

ആര്യഭടീയത്തിലെ സംഖ്യരചനാക്രമം

ഈ ഗ്രന്ഥത്തിലെ സംഖ്യരചനയുടെ അടിസ്ഥാനതത്വം വിവരിക്കുന്നത് ഒന്നാം അദ്ധ്യായമായ ഗീതികാപാദത്തിലെ രണ്ടാം ശ്ലോകമാണ്. ഇതിൽ വിവരിക്കുന്ന പ്രകാരം, സംഖ്യാരചനയ്ക്കുള്ള തത്വങ്ങൾ ഉദാഹരണസഹിതം ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

1. സംഖ്യകൾ: ക, ഖ, ഗ, ഘ, ങ, ച, ഛ .... ഇവയ്ക്ക് യഥാക്രമം 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 .... എന്നിങ്ങനെ പ, ഫ, ബ, ഭ, മ ക്ക് 21, 22, 23, 24, 25 വരെ മൂല്യം നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഈ അക്ഷരങ്ങളെ വർഗാക്ഷരങ്ങൾ എന്നുപറയുന്നു.
2. യ, ര, ല, വ .... എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾക്ക് 30, 40, 50 .... എന്നിങ്ങനെ ക്ഷ, സ, ഹ, വരെ 80, 90, 100 വരെ മൂല്യം നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഈ അക്ഷരങ്ങൾ അവർഗാക്ഷരങ്ങളാണ്.
3. സ്വരാക്ഷരങ്ങൾ, മേൽവിവരിച്ച അക്ഷരങ്ങളുമായി ചേരുമ്പോൾ "അ" കാരത്തിന് അക്ഷരത്തിൻെറ അതേ സംഖ്യാമൂല്യവും. "ഇ" കാരത്തിന് x 100, "ഉ", കാരത്തിന് x 10000, "ഋ" കാരത്തിന് x 1000000 "ന" കാരത്തിന് x 100000000 എന്നിങ്ങനെ മൂല്യവും ലഭിക്കുന്നു.
4. രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതലോ അക്ഷരങ്ങൾ ചേർത്താൽ അവയുടെ മൂല്യങ്ങളുടെ തുകയായിരിക്കും സംഖ്യ.

ഉദാ: (1) ക = 1; കി = 1x 100; കു = 1x 10000; കൃ = 1 x 1000000

(2) പ = 21; പി = 2100; പു = 210000; പൃ = 2100000

(3) ല = 50; ലി = 5000; ലു = 500000

(4) ലവ = ല + വ = 50 + 60 = 110

(5) ഞഖി = ഞ + ഖി = 10 + 200 = 210

(6) ഗിയിങശ = ഗി + യി + ങ + ശ = 300 + 3000 + 5 + 70 = 3375

അക്ഷരങ്ങൾ തിരിച്ചും മറിച്ചും എഴുതാവുന്നതാണ്. ഏതു തരത്തിലുള്ള ക്രമവും അനുവദനീയമാണ്. ഇതാണ് ഈ സംഖ്യരചനാ ക്രമത്തിൻെറ പ്രത്യേകത.

അദ്ധ്യായം – 1

ഗീതികാപാദം

1. പ്രണിപത്യ ഏകമനേകം കം സത്യാം ദേവതാം പരം ബ്രഹ്മ
ആര്യഭട സ്ത്രീണി ഗദതി ഗണിതം കാലക്രിയാം ഗോളം

ഏകവും അനേകവും സത്യവുമായ പരബ്രഹ്മത്തെ നമസ്കരിച്ച്, ഗണിതം, കാലക്രിയ, ഗോളം എന്നീ മൂന്നു ഭാഗങ്ങളുള്ള ആര്യഭടീയത്തിൻെറ വിവരണം അര്യഭടൻ ആരംഭിക്കുന്നു.

മേൽപറഞ്ഞ മൂന്നുഭാഗങ്ങൾ കൂടാതെ ആര്യഭടീയത്തിൽ 13 ശ്ലോകങ്ങളുള്ള ഗീതികാപാദം എന്ന ഈ ഒരദ്ധ്യായം കൂടി ഉണ്ട്. അപ്രകാരം നാലുഭാഗങ്ങളാണ് ആര്യഭടീയത്തിനുള്ളത്.

2. **വർഗാക്ഷരാണി വർഗേ അവർഗേ അവർഗാക്ഷരാണി കാത് ങ്മൗ യഃ**
ഖദ്വിനവകെ സ്വരാ നവ വർഗേ അവർഗേ നവാന്ത്യവർഗേ വാ

(ചെരിച്ചിട്ടുള്ള അക്ഷരങ്ങൾ സംഖ്യകളാണ്)

ക, ഖ, ഗ, ... എന്നാരംഭിച്ച്... ണ!, ഭ, മ വരെയുള്ള വർഗാക്ഷരങ്ങൾക്ക് യഥാക്രമം 1, 2, 3, ... 23, 24, 25 എന്നിങ്ങിനെ സംഖ്യാമൂല്യം നൽകി വർഗസ്ഥാനത്തും, യ, ര, ല......ഹ എന്നീ അവർഗാക്ഷരങ്ങൾക്ക് യഥാക്രമം 30, 40, 50 .... 100 എന്നിങ്ങനെ സംഖ്യാമൂല്യം നൽകി അവർഗസ്ഥാനത്തും (അ, ഇ, ഉ ...... എന്നിവക്ക് 1, 100, 10000, ... എന്നിങ്ങനെ) സംഖ്യാസ്ഥാനങ്ങൾ നൽകി സംഖ്യാരചന നടത്തണം. സ്വരാക്ഷരങ്ങൾ ഒൻപതെണ്ണത്തിന് വർഗാക്ഷരങ്ങളും അവർഗാക്ഷരങ്ങളും (പ്രത്യേകം പ്രത്യേകമായും) സൂചിപ്പിക്കണം. 18-ൽ കൂടുതൽ സ്ഥാനങ്ങൾ വരുകയാണെങ്കിൽ (അതായത് സ്വരാക്ഷരങ്ങളേക്കാൾ കൂടുതൽ) സ്ഥാനസൂചനക്കായി പുതിയ സ്വരങ്ങളും ഉപയോഗിക്കണം. ങ, മ എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾ, (യഥാക്രമം 5, 25 സംഖ്യകളാണ്) ചേർന്നാൽ യഃ (30) ആകുന്നതുപ്രകാരമാണ് സംഖ്യാരചനാരീതി.

- ആര്യഭടീയത്തിൽ അനുശാസിച്ചുപോരുന്ന സംഖ്യരചനാരീതി ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൻെറ ആരംഭത്തിൽ പ്രത്യേകമായി വിവരിച്ചിട്ടുണ്ട്.

വർഗസ്ഥാനങ്ങൾ സ്ക്വയർ ആകുന്ന സ്ഥാനങ്ങളാണ്.

അതായത് ഒന്ന്, നൂറ്, പതിനായിരം, പത്ത്ലക്ഷം..... എന്നീ സ്ഥാനങ്ങളാണവ. ക, ഖ, ഗ ...... മുതൽ മ വരെയുള്ള വർഗാക്ഷരങ്ങൾ, ഈ വർഗസ്ഥാനങ്ങളിൽ എഴുതണം.

പത്ത്, ആയിരം, ലക്ഷം......സ്ഥാനങ്ങൾ സ്ക്വയർ അല്ലാത്തവയാണ്. ഈ സ്ഥാനങ്ങളിൽ യ, ര, ല ..... എന്നീ അവർഗാക്ഷരസംഖ്യകൾ എഴുതണം എന്ന് ചുരുക്കം.

ഗിയങശ എന്നതുകൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്ന സംഖ്യ നോക്കുക. ഇവിടെ വർഗാക്ഷരങ്ങൾ ഗ, ങ, അവർഗാക്ഷരങ്ങൾ യ, ശ അവയുടെ സംഖ്യകൾ യഥാക്രമം ഗ = 3. ങ = 5, യ = 30, ശ = 70 ഈ അക്ഷരങ്ങൾ സ്വരങ്ങളുമായി ചേർന്നു കൂട്ടുമ്പോൾ സംഖ്യലഭിക്കുന്നു.

സ്ഥാനങ്ങൾ

കോടി	പത്തുലക്ഷം	ലക്ഷം	പതിനായിരം	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
ഋ	ഋ	ഉ	ഉ	ഇ	ഇ	അ	അ
					(3000) യി	300 (ഗി)	70 (ശ) 5 (ങ)

അപ്രകാരം ഗി + യി + ങ + ശ + = 300 + 3000 + 5 + 70 = 3375

3. **യുഗര വിഭഗണാഃ ഖു യു ഘ്ലൃ, ശരി ചയഗിയിങുശു ഛൢലൃ**
കു ങി ശി ബു ണ ഷ്ലൃ ഖൃ പ്രാക്
ശനി ഢു ങി വിഘ്വ, ഗുരു രിഖി ച്യുഭ
കുജ ഭദിലിഝു നുഖൃ ഭൃഗുബുധസൗരാഃ

ഒരു യുഗത്തിൽ (ഗ്രഹങ്ങളുടെ) കിഴക്കോട്ടുള്ള ഭ്രമണസംഖ്യ ഇപ്രകാരമാകുന്നു. സൂര്യൻ 43, 20, 000; ചന്ദ്രൻ 5, 77, 53, 336; ഭൂമി (ക്യൂ) 1, 58, 22, 37, 500; ശനി 1, 46, 564; ഗുരു 3, 64, 224 കുജൻ 22, 96, 824, ബുധനും ശുക്രനും സൂര്യനുതുല്യം (43,20,000)

മേൽവരിയിലെ സംഖ്യരചനാവിവരണം

ഖുയു ഘ്ലൃ = ഖു + യു + ഘ്ലൃ = 20000 + 300000 + 4000000 = 43,20,000

ചയഗിയിങുശു ഛൢലൃ = ച + യ + ഗി + ങു + ശു + ഛ്ലൃ + ലൃ = 6 + 30 + 300 + 3000 + 50000 + 700000 + 7000000 + 50000000 = 57753336

ഢു ങി വി ഘ്ല വ = 140000 + 500 + 6000 + 4 + 60 =146564

രി ഖി ചു യു ഭ = 4000 + 200 + 60000 + 30000 + 24 = 364224

ഭ ദി ലി ഝു നു ഖ്യ = 24 + 1800 + 5000 + 90000 + 200000 + 2000000 = 2296824

ങിശിബുണ്ണ ഷ്യഖ്യ = ങി + ശി + ബു + ഷ്യ + ഖ്യ + ണ്ണ്യ = 500 + 7000 + 230000 + 80000000 + 2000000 + 1500000000 = 1582237500

4. **ചന്ദ്രോച്ച രുജ്ഞ ഷിഖിധ, ബുധ സുഗുശിഥൃന, ഭൃഗു ജഷബിഖുഛൃ ശേഷാർകാഃ**
ബുഫിനച പാതവിലോമാ ബുധാഹ്ന്യജാർകോദയാച്ച ലങ്കായാം.

ചന്ദ്രന്റെ ശീഘ്രോച്ചം (apogee) 4, 88219, ബുധന്റേത് 17937020, ശുക്രന്റേത് 7022388, മറ്റു ഗ്രഹങ്ങളുടേതാകട്ടെ സൂര്യന്റേതുതന്നെയാണ്. ചന്ദ്രന്റെ ഉദയരാശിയാകട്ടെ 2,32,226, വിപരീത ദിശയിലേക്കും (അതായത് പശ്ചിമദിശയിലേക്ക്) ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നു. (ഗണനസൗകര്യത്തിനായി) ഈ ഭ്രമണം, മേടരാശിയുടെ തുടക്കത്തിൽ ഒരു ബുധനാഴ്ച ദിവസം ലങ്കയിൽ (ഭൂമധ്യരേഖയിൽ - ലങ്കയുടെ വിവരണം അന്യത്ര ആര്യഭടൻ നൽകുന്നുണ്ട്) സൂര്യോദയസമയത്ത് ആരംഭിക്കുന്നുവെന്ന് ഗണിക്കപ്പെടുന്നു. (ഇത് ഈ യുഗത്തിന്റെ ആരംഭം കുറിക്കുന്ന ദിവസമത്രെ)

ലങ്ക എന്ന സ്ഥലത്തെക്കുറിച്ച് ഗോളപാദത്തിലെ 14-ാം ശ്ലോകത്തിൽ വിവരിക്കുന്നുണ്ട്. ഇന്നത്തെ ശ്രീലങ്കയാണോ ഇത് എന്ന് വ്യക്തമല്ല; ഭൂമധ്യരേഖയിലുള്ള ഒരു സ്ഥലമായിരിക്കാമെന്ന് വിവരണത്തിൽ നിന്നു മനസ്സിലാകുന്നു.

ചന്ദ്രന്റെ വടക്കോട്ടുള്ള സഞ്ചാരപഥത്തിൽ, ചന്ദ്രൻ കടന്നു പോകുന്നതാണ് മേടരാശിയിലെ ഈ ബിന്ദു. ചന്ദ്രന്റെ ശീഘ്രോച്ചം എന്നത് ഭ്രമണസമയത്ത് ഭൂമിയിൽ നിന്നും ചന്ദ്രൻ ഏറ്റവും കൂടിയ അകലത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുമ്പോഴുള്ള ബിന്ദുവാണ്.

രു ജ്ഞ ഷി ഖി ധ = 400000 + 80000 + 8000 + 200 + 19 = 488219

സു ഗു ശി ഥൃ ന = 900000 + 30000 + 7000 + 17000000 + 20 = 17937020

5. **കാഹോ മനവോ ഢ മനുയുഗാഃ ശഖ ഗതാസ്തേ ച മനുയുഗാഃ ഛ്നാ ച കൽപാദേർയുഗ പാദാ ഗ ച ഗുരുദിവസാച്ച, ഭാരതാത്പൂർവ്വം**

(ബ്രഹ്മാവിന്റെ ഒരു ദിവസം) ഒരു കൽപം എന്നത് 14 മന്വന്തരങ്ങൾ

ചേർന്നതാണ്. ഓരോ മന്വന്തരത്തിലും 72 മഹായുഗങ്ങളുണ്ട്. ഈ കൽപാരംഭത്തിനുശേഷം 6 മന്വന്തരങ്ങളും 27¾ മഹായുഗങ്ങളും കഴിഞ്ഞ് കലിയുഗമാരംഭിച്ചിരിക്കുന്നു. (മറ്റൊരർത്ഥത്തിൽ മഹാഭാരതയുദ്ധത്തിനു മുമ്പ് (ഭാരതാത്പൂർവ്വം) ഇത്രയും കാലയളവ് കഴിഞ്ഞിരിക്കുന്നു) ഈ കൽപം ആരംഭിച്ചതാകട്ടെ ഒരു വ്യാഴാഴ്ച ദിവസമാണ്.

ആര്യഭടൻെറ വിവരണപ്രകാരം ഈ കൽപത്തിലെ 6 മന്വന്തരങ്ങളും 27¾ മഹായുഗങ്ങളും കഴിഞ്ഞിരിക്കുന്നു. അതായത് 6 x 72 + 27¾ =459¾ മഹായുഗങ്ങൾ, അഥവാ 459¾ x 4320000 = 198, 6120000 വർഷങ്ങൾ പിന്നിട്ട് കലിയുഗത്തിലെത്തി നിൽക്കുന്നു. **ആധുനീകശാസ്ത്രപ്രകാരം ഇക്കാലയളവിലാണ് ജീവൽസൃഷ്ടി ഭൂമിയിൽ തുടങ്ങിയത്.**

ഒരു മഹായുഗം, കൃത–ത്രേതാ–ദ്വാപര–കലിയുഗങ്ങൾ ചേർന്നതാണ്. ഇതിൽ ആദ്യത്തെ മൂന്നിനേയാണ്, മൂന്നു യുഗപാദങ്ങൾ എന്നു ഇവിടെ വിവരിച്ചിട്ടുള്ളത്. മന്വന്തരങ്ങളെക്കുറിച്ചും, യുഗങ്ങളെക്കുറിച്ചും പുരാണേതിഹാസങ്ങളിലെ വിവരണങ്ങൾ വ്യത്യസ്തമാണ്.

6. **ശശിരാശയ ഠ ചക്രം തേ അംശകലാ യോജനാനി, യ, വ, ഞ,. ഗുണാഃ**
പ്രാണേനൈതികലാം ഭൂഃ ഖയുഗാംശേ ഗ്രഹജവോ ഭവാംശേഽർകഃ

ചന്ദ്രൻെറ (ഒരു യുഗത്തിലെ) ഭ്രമണസംഖ്യയെ 12 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് രാശിമാനമാക്കി, 30, 60, 10 എന്നീ സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് യഥാക്രമം ഗുണിച്ചാൽ ചന്ദ്രൻ ഭ്രമണം ചെയ്ത ഡിഗ്രിയും (അംശം) കലയും (ഡിഗ്രിയുടെ അറുപതിലൊരംശം അഥവാ മിനിറ്റ്) സഞ്ചരിച്ച ദൂരവും (യോജനയിൽ) ലഭിക്കും. ഒരു പ്രാണ (നാലുസെക്കൻെറിനു തുല്യമായ സമയ ദൈർഘ്യം) സമയത്ത് ഭൂമി ഒരു കല (ഒരു ഡിഗ്രിയുടെ 60–ൽ ഒരംശം) ആംഗിൾ തിരിയുന്നു. ആകാശത്തിൻെറ ചുറ്റളവിനെ ഒരു യുഗത്തിലെ, ഗ്രഹത്തിൻെറ ഭ്രമണസംഖ്യകൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ ആ ഗ്രഹം ഒരു യുഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഭ്രമണപഥത്തിൻെറ (orbit) ദൈർഘ്യം ലഭിക്കും. പ്രപഞ്ചഗോളങ്ങളുടെ (നക്ഷത്രസമൂഹങ്ങളുടെ) സഞ്ചാരപഥത്തെ 60 കൊണ്ടു ഭാഗിച്ചാൽ സൂര്യൻെറ ഭ്രമണപഥ ദൈർഘ്യവും ലഭിക്കും.

ഒരു യുഗത്തിൽ ചന്ദ്രൻെറ ഭ്രമണസംഖ്യ ശ്ലോകം 3 പ്രകാരം 57753336 ഇതിൽ നിന്നും ചന്ദ്രൻ ആകെതിരിയുന്ന രാശി = 57753336 x 12 = 693040032

തിരിയുന്ന ഡിഗ്രി = 693040032 x 30 = 20791200960

തിരിയുന്ന കല = 1247472057600

സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം = 12474720576000 യോജന എന്നു ലഭിക്കും

ഒരു പ്രാണ = 4 സെക്കൻറ് ആണെന്ന് കാലക്രിയാപാദത്തിൽ (III.2) വിവരിക്കുന്നുണ്ട്. ആധുനികശാസ്ത്രപ്രകാരവും ഭൂമി ഒരു കല (മിനിറ്റ്) തിരിയുന്നതിന് 4 സെക്കൻറ് സമയം എടുക്കുന്നുണ്ട്.

ഭൂമി നാലു സെക്കൻറിൽ ഒരു കല തിരിയുന്നു എന്ന ആര്യഭട വിവരണത്തെ ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ മാത്രം അംഗീകരിക്കുന്നില്ല. ഇത്രയും വേഗതയിൽ ഭൂമി തിരിയുന്നു എങ്കിൽ "സമുച്ഛ്രായ കിം ന പതന്തി?" ഉയരമുള്ള വസ്തുക്കൾ വീഴുകയില്ലേ എന്ന് ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ ചോദിക്കുന്നുണ്ട്.

7. **നൃ-ഷി യോജനം, ഞിലാ ഭൂ:വ്യാസോ അർക്കേന്ദോർ ഘ്ഞിഞ ഗിണ ക മേരോ:**
ഭൃഗു ഗുരു ബുധ ശനി ഭൗമാഃ ശശി ങ - ഞ - ണ - ന - മാംശക സമാർക്കസമാഃ

ഒരു യോജന 8000 നര (നൃ = നര = ഒരു പുരുഷൻെറ ശരാശരി ഉയരം)

ഭൂമിയുടെ വ്യാസം 1050 യോജന, സൂര്യചന്ദ്രന്മാരുടേത് യഥാക്രമം 4410, 315 യോജനവീതം. മേരുവിൻേറതാകട്ടെ 1 യോജനയും. ശുക്രൻ, ഗുരു, ബുധൻ, ശനി, ചൊവ്വ, എന്നീ ഗ്രഹങ്ങളുടെ വ്യാസമാകട്ടെ യഥാക്രമം ചന്ദ്രവ്യാസത്തിൻെറ 5 - 10 - 15 - 20 - 25 ൽ ഒരുഭാഗവുമാണ്.

നര (നൃ) എന്ന നീളം അളക്കുന്ന യൂണിറ്റ്, സുൽബ സൂത്രങ്ങളിൽ വിവരിക്കുന്ന 'പുരുഷ' എന്ന യൂണിറ്റിന് തുല്യമാണ്. ഇതിൻെറ ദൈർഘ്യം ആധുനികയൂണിറ്റ് പ്രകാരം ഏകദേശം 1.5 മീറ്റർ വരുന്നു. അതിനാൽ ഒരു യോജന എന്നത് 1.5 x 8000 = 12,000 മീറ്റർ (ഏകദേശം) അഥവാ 12 കി. മി. ആണ്. ആധുനികശാസ്ത്രപ്രകാരം ആര്യഭടൻ നൽകുന്ന ഭൂവ്യാസ അളവ് വളരെ ശരിയാണ്.

സമാർക്കസമാ എന്ന പദങ്ങളെക്കുറിച്ച് പൂർവ്വിക/ആധുനിക വ്യഖാതാക്കൾക്ക് വ്യത്യസ്ത അഭിപ്രായങ്ങളാണുള്ളത്. ചന്ദ്രവ്യാസത്തിൽ നിന്നും മറ്റു ഗ്രഹങ്ങളുടെ, ഗുണിച്ച്, ലഭിക്കുന്ന വ്യാസങ്ങൾ, ആധുനിക ജ്യോതിശാസ്ത്രവുമായി യോജിക്കുന്നില്ല.

8. ഭാ അ പക്രമോ ഗ്രഹാംശാഃ ശശി വിക്ഷേപ അപമണ്ഡലാത് ഝാർധം.
ശനി – ഗുരു – കുജ – ഖ – ക – ഗാർധം ഭൃഗു – ബുധ ഖ, സച അങ്ഗു
ലോ ഘ ഹസ്തോ നരഃ

ഭൂമിയുടെ (ഏറ്റവും കൂടിയ) ചരിവ് (Declination) 24 ഡിഗ്രിയാണ്. വിഷമവൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഭ്രമണപഥത്തിൽ നിന്നും ഗ്രഹങ്ങളുടെ അപഭ്രംശം (ചെരിവ്) ചന്ദ്രന് 4½° യും, ശനി, ഗുരു, കുജൻ എന്നിവക്ക് 2°, 1°, 1½° എന്നി ക്രമത്തിലുമാണ്. ബുധശുക്രന്മാരുടേത് 2° വീതവും. ഒരു നര(നൃ) എന്ന അളവ് 96 അംഗുലത്തിന് അഥവാ 4 ഹസ്തത്തിന് തുല്യമാണ്.

ആധുനിക ജ്യോതിശാസ്ത്രപ്രകാരം ഭൂമിയുടെ ചെരിവ് 23½°, കുജൻ 1°51 (1°.30), ബുധൻ 7° (2°), ഗുരു 1°18′ (1°), ശുക്രൻ 3°23 (2°), ശനി 2°29′ (2°) എന്നിങ്ങനെയാണ് (ബ്രാക്കറ്റിൽ ആര്യഭടൻ നൽകിയ അളവ്) (സൂര്യൻെറ സഞ്ചാരപഥതലവും സൂര്യമധ്യരേഖയും തമ്മിലുള്ള ചരിവും 23° 27′ ആണ്.) മുൻശ്ലോകത്തിലെ 'നര' യൂണിറ്റിൻെറ വിവരണമാണ് ഈ ശ്ലോകത്തിൽ വീണ്ടും നൽകിയിരിക്കുന്നത്.

9. ബുധ – ഭൃഗു – കുജ – ഗുരു – ശനി ന – വ – ര – ഷ – ഹ ഗത്വാം
ശകാൻ പ്രഥമ പാതാഃ
സവിതുരമീഷാം ച തഥാ ദവ – ഞഖി – സാ – ഹദാ – ഹലയ –
ഖിചയ – മന്ദോച്ചയം

ബുധ-ശുക്ര-കൂജ-ഗുരു-ശനി എന്നീ ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഉദയരാശി യഥാക്രമം 20°, 60°, 40°, 80°, 100° (മേടരാശിയിൽ നിന്നാരംഭം) വീതമാണ്. ആ സമയത്തെ സൂര്യൻേറയും (മേൽവിവരിച്ച ഗ്രഹങ്ങളുടെ തൽക്രമത്തിലുള്ള) ഗ്രഹങ്ങളുടെയും ശീഘ്രോച്ചം (apogee) (മേടരാശിയുടെ ആരംഭത്തിൽ നിന്നും) യഥാക്രമം 78°, 210°, 90°, 118°, 180°, 236° വീതമാണ്.

മീനം രാശി അവസാനിക്കുന്നത് 360° യിലും, മേടരാശിയുടെ ആരംഭം 1° യിൽ നിന്നുമാണ്. ഓരോ രാശിയും ഏകദേശം 30° വീതമാണ്. ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഉദയരാശിയും ശീഘ്രോച്ചവും നൽകിയിരിക്കുന്നത്. ആര്യഭടൻ ഈ ഗ്രന്ഥം എഴുതിയ കാലത്തേത് (AD 499) ആകുന്നു.

ആധുനിക ശാസ്ത്രപ്രകാരം AD 499 ലെ ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഉദയരാശി

കുജൻ 37° 49′ (40°), ബുധൻ 30° 35′ (20°), ഗുരു 85° 13′ (80°), ശുക്രൻ 63° 16′ (60°), ശനി 100° 32′ (100°) എന്നിങ്ങനെയാണ് (ബ്രാക്കറ്റിൽ ആര്യഭടീയത്തിലെ അളവ്)

AD 499 ലെ ശീഘ്രോച്ചത്തിൻെറ രേഖാംശം ആധുനിക ശാസ്ത്രപ്രകാരം സൂര്യൻ 77° 15′ (78°), കുജൻ 128° 28′ (118°), ബുധൻ 234° 11′ (210°), ഗുരു 170° 22′ (180°), ശുക്രൻ 298° 4′ (90°), ശനി 243°40′ (236°) എന്നി പ്രകാരമാണ് (ബ്രാക്കറ്റിൽ ആര്യഭടൻ നൽകിയ അളവ്)

10. **ഝാർധാനി മന്ദ വൃത്തം ശശിന ഛ, ഗ, ഛ, ഘ, ഢ, ഛ, ഝ, യഥോ ക്ഷേത്ര്യഃ**

ഝാ-ഗഢ-ഗല-രധ-ദഢ-തഥാ ശനി, ഗുരു, കുജ, ഭൃഗു, ബുധോച്ചശീഘ്രേഭ്യഃ

ഗ്രഹങ്ങളുടെ മന്ദ സഞ്ചാരവൃത്തം (ഭ്രമണപഥത്തിലൂടെയുള്ള സഞ്ചാരത്തിന് കുറച്ചിൽ വരുന്ന ദൂരം അഥലാ മന്ദവൃത്തഭാഗം (epicycle) ഡിഗ്രിയിൽ വിവരിച്ചാൽ) ചന്ദ്രൻ മുതൽ മേൽ പറഞ്ഞ ക്രമത്തിൽ (ചന്ദ്രൻ, സൂര്യൻ, ബുധൻ, ശുക്രൻ, കുജൻ, ഗുരു, ശനി) 7, 3, 7, 4, 14, 7, 9 എന്നിവയെ 4½ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നതാണ് (അതായത് 31.5, 13.5, 31.5, 18, 63, 315, 40.5 ഡിഗ്രി വീതം) അതുപോലെ ശീഘ്രവൃത്തഭാഗമാകട്ടെ (ഗ്രഹങ്ങളുടെ വിപരീതക്രമത്തിൽ, ശനി, ഗുരു, കുജക്രമത്തിൽ) 9,16, 53, 59, 31 സംഖ്യകളെ 4½ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നതാണ് (യഥാക്രമം 40.5, 72, 238.5, 265.5, 139.5 ഡിഗ്രി വീതം)

ഗ്രഹങ്ങൾ സൂര്യൻെറ സ്വാധീനത്താൽ വേഗതകൂടിയും കുറഞ്ഞും ദീർഘവൃത്തപഥത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നുണ്ട്. ഈ വൃത്തപഥ ഭാഗത്തിൻെറ ആംഗിളുകളാണ് മേൽവിവരിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഉദാ: 63° കുജൻെറ മന്ദവൃത്തഭാഗം (arc) എന്നു പറയുമ്പോൾ 360°യുള്ള ഭ്രമണപഥത്തിലെ 63/360 ഭാഗം (arc) കുജൻ മന്ദവേഗത്തിലായിരിക്കും. ശനിയുടെ ദീർഘവൃത്തം 45.5° ആയാൽ 40.5/360 ഭാഗം (arc) ശനിയുടെ വേഗതകൂടിയ സഞ്ചാരപഥമായിരിക്കും.

11. **മന്ദാത്, ങ – ഖ – ദ – ജ – ഡ വക്രീണാം ദിതീയേ പദേ ചതുർഥേ ച ജാ – ണ – കല – ഛല – ഝന – ഉച്ചാ ശ്ഛീഘ്രാത്, ഗിയിങശ കു വായുകക്ഷ്യാന്ത്യാ**

വക്രത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഗ്രഹങ്ങളുടെ രണ്ടും നാലും വൃത്തപാദങ്ങളിൽ (quadrants) വരുന്ന (ഗ്രഹങ്ങളുടെ) മന്ദവൃത്തഭാഗങ്ങൾ ബുധൻ, ശുക്രൻ, കുജൻ, ഗുരു, ശനി എന്നിവയ്ക്ക് 5, 2, 18, 8, 13 സംഖ്യകളെ 4½ (ഝാർധം) കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നു. (അതായത് 22.5, 9, 81, 36, 58.5 ഡിഗ്രി വീതം). ശീഘ്ര വൃത്തഭാഗമാകട്ടെ ശനി, ഗുരു, കുജ, ശുക്ര, ബുധ ഗ്രഹങ്ങൾക്ക് 8, 15, 51, 57, 29, സംഖ്യകളെ 4½ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ലഭിക്കും. (36, 67.5, 229.5, 256.5, 130.5 ഡിഗ്രി വീതം) ഭൂവായു മണ്ഡലത്തിൻെറ ചുറ്റളവാകട്ടെ 3375 യോജനയാകുന്നു. (ഗിയിങശ = 300 + 3000 + 5 + 70 = 3375)

ഭ്രമണപഥത്തിലെ നാലുവൃത്തപാദങ്ങളിലെ ഗ്രഹങ്ങളുടെ മന്ദവേഗതയുള്ള വൃത്തഭാഗ (arc) മാണ് മേൽവിവരിച്ച ഡിഗ്രിയിൽ നൽകിയിരിക്കുന്നത്. അതുപോലെ ശീഘ്രവൃത്തഭാഗവും.

ശ്ലോകം 7 ൽ ഭൂ വ്യാസം (ഞില) 1050 യോജനയാണെന്ന് വിവരിക്കുന്നു. അതനുസരിച്ച് ഭൂമിയുടെ ചുറ്റളവ് $\pi D=\frac{22}{7}x$ 1050 = 3300 യോജനയാണ്. ഇവിടെ കു(ഭൂമി) വായു കക്ഷ്യാന്ത്യ, വായുമണ്ഡലത്തിൻെറ ചുറ്റളവ് 3375 യോജനയാണെന്നും വിവരിക്കുന്നു. അതായത് ഭൂമണ്ഡലത്തിൻെറ (വായുവിൻേറതുൾപ്പടെ) ഭൂവ്യാസം 3375 x $\frac{7}{22}$ = 1074 യോജനയാകും. വായുമണ്ഡലത്തിൻെറ ഉയരം 12 യോജന അതായത് ഏകദേശം 144 കി.മി. ആധുനിക ശാസ്ത്രവിവരണവുമായി ഇത് പൂർണ്ണമായും യോജിക്കുന്നുണ്ട്. (ഒരു യോജന ഏകദേശം 12 കിലോമീറ്റർ ആണെന്ന് 7–ാം ശ്ലോകത്തിൽ നിന്ന് വ്യക്തമാണല്ലോ.)

12. ***മഖി ഭഖി ഫഖി ധഖി ണഖി ഞഖി ങഖി ഹസ്ഝ സ്കകി കിഷ്ഗ ശഘകി കിധ്വ***

ധലകി കി ഗ്ര ഹക്യ ധകി കിച സഗ ശഝ ങവ കല പത ഫ ഛ കലാർധജ്യാഃ

ഒരു വൃത്തഭാഗത്തിൻെറ (arc) R sine വ്യത്യാസം ഓരോ 225 കലക്കും (മിനിറ്റിനും), 225, 224, 222, 219, 215, 210, 205 199 191, 183 174, 164, 154, 143, 131, 119, 106, 93, 79, 65, 51, 37, 22, 7 കല (മിനിറ്റ്) എന്നിവയാണ്. അതായത് 225;450; 675; .... എന്നീ ക്രമത്തിൽ ആംഗിളുകൾ (മിനിറ്റിൽ) വരുന്ന ആർക്കുകളുടെ R sine യഥാക്രമം 225', 449', 671' .... എന്നിങ്ങനെ ആയിരിക്കുമെന്നർത്ഥം. ആധുനിക ഗണിത പ്രകാരം ലഭിക്കുന്ന R Sine വ്യത്യാസങ്ങൾ ആര്യഭടൻെറതിനോട്

പരിപൂർണ്ണമായി യോജിക്കുന്നു. ചില സംഖ്യകളിൽ നേരിയ വ്യത്യാസം മാത്രമുണ്ടെങ്കിലും ഈ വ്യത്യാസം പരമാവധി 0.3' മാത്രമേയുള്ളൂ എന്നത് അത്ഭുതകരമത്രെ. Sine ആദ്യമായി വിവരിക്കുന്ന ഗ്രന്ഥമിതാണ്.

13. **ദശ ഗീതികാ സൂത്രമിദം ഭൂഗ്രഹ ചരിതം ഭപഞ്ചരെ ജ്ഞാത്വാ**
ഗ്രഹഭഗണ പരിഭ്രമണം സ യാതി ഭിത്വാ പരം ബ്രഹ്മ

പ്രപഞ്ചത്തിലുള്ള ഭൂമിയുടേയും ഗ്രഹങ്ങളുടേയും ചരിതമായ ഈ ദശഗീതികാ സൂത്രം അറിയുന്ന ഒരുവൻ (ജ്ഞാനി) പ്രപഞ്ചത്തിൽ അനുനിമിഷം ഭ്രമണം ചെയ്തുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഗ്രഹങ്ങളുടെ സഞ്ചാരപഥങ്ങളെ മുറിച്ച് കടന്ന് പരമമായ ബ്രഹ്മത്തെ പ്രാപിക്കുന്നു.

ആധുനിക ശാസ്ത്രദൃഷ്ട്യാ തന്നെ, സഹസ്രാബ്ദങ്ങൾക്കുമുമ്പ് ഗ്രഹങ്ങളെക്കുറിച്ച് വിശകലനം ചെയ്ത ആര്യഭടൻ ശാസ്ത്രത്തേയും ആത്മീയതയേയും തമ്മിൽ ഈ വരികളിലൂടെ ബന്ധപ്പെടുത്തുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്. പരബ്രഹ്മത്തിൽ തന്നെ സർവ്വാർപ്പണം ചെയ്യുന്ന ബ്രഹ്മജ്ഞാനിയെ ആര്യഭടൻ എന്ന ശാസ്ത്രജ്ഞനിൽ നമുക്ക് ദൃശ്യമാകുന്നു.

INDIAN INVENTIONS KNOWN IN FOREIGN SCIENTISTS' NAMES

Atomic theory	Dalton (1803 AD)	Kanaada (300 BC)
Travelling of light	Newton (1642 AD)	Saayana (1400 AD)
Gravity	Newton	Bhaskara II (1114 AD)
Spherical nature of earth	Galileo (1564 AD)	Aryabhatta I (476 AD)
Revolution of earth	Kepler (1571 AD)	Aryabhatta I
Apogee	Kepler	Aryabhatta I
Perigee	Kepler	Lallachaarya (748 AD)
Sine & Cosine	Demovier	Aryabhatta I
Diameter of earth	Copernicus (1473 AD)	Aryabhatta I
Wave nature of sound	Hyghen (1700 AD)	Gouthama (300 BC)
Pythagorus theorem	Pythagorus (BC 500)	Bhoudhayana (700 BC)

(Contd. Page - 31)

അദ്ധ്യായം രണ്ട്

ഗണിത പാദം

1. **ബ്രഹ്മ – കു – ശശി – ബുധ – ഭൃഗു – രവി – കുജ – ഗുരു കോണ ഭഗണാൻ നമസ്കൃത്യ**
ആര്യഭടസ്ത്വിഹ നിഗദതി കുസുമപുരേഽഭ്യർചിതം ജ്ഞാനം

ബ്രഹ്മചൈതന്യം, ഭൂമി, ചന്ദ്രൻ, ബുധൻ, ശുക്രൻ, സൂര്യൻ, കുജൻ, ഗുരു, എന്നി ഗ്രഹങ്ങളെയും ജ്യോതി രൂപങ്ങളെയും, പ്രപഞ്ചത്തെയും വണങ്ങി, കുസുമപുരദേശത്ത് സർവ്വരാലും ആദരിക്കപ്പെടുന്ന (ജ്ഞാന) വിഷയം ആര്യഭടൻ ഇവിടെ വിവരിക്കട്ടെ (വിവരിക്കുന്നു).

2. **ഏകം ദശ ച ശതം ച സഹസ്രം ത്വയുതനിയുതം തഥാ പ്രയുതം**
കോട്യർബുദം ച വൃന്ദം സ്ഥാനാത് സ്ഥാനം ദശഗുണം സ്യാത്.

സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനം ഒന്ന്, പത്ത്, നൂറ്, ആയിരം, പതിനായിരം, ലക്ഷം, പത്തുലക്ഷം, കോടി, പത്തുകോടി, നൂറുകോടി, എന്നിപ്രകാരം ഒരു സ്ഥാനം അതിനുമുമ്പുള്ള സ്ഥാനത്തിൻെറ പത്തിരട്ടിയാണ്.

3. **വർഗസമചതുരശ്ര ഫലം ച സദൃശദ്വയസ്യ സംവർഗഃ**
സദൃശത്രയസംവർഗോ ഘനസ്തഥാ ദ്വാദശശ്രിഃ സ്യാത്

തുല്യമായ നാലു വശങ്ങളുള്ള ചതുർഭുജമാണ് സമചതുരം (Square) അതുപോലെ രണ്ടു തുല്യ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും വർഗം (Square) ആകുന്നു. തുല്യമായ മൂന്നു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും 12 തുല്യവശങ്ങളുള്ള ഘനരൂപവും 'ഘനം' (Cube) ആകുന്നു.

ആധുനിക ഗണിതത്തിലെ ഇംഗ്ലീഷ് പദങ്ങളായ Square നും Cube നും സംസ്കൃതത്തിലേതുപോലെ തന്നെ രണ്ട് അർത്ഥങ്ങൾ വിതമുണ്ട്.

4. **ഭാഗം ഹരേദവർഗാന്നിത്യം ദ്വിഗുണേന വർഗമൂലേന**
വർഗാദ് വർഗേ ശുദ്ധേ ലബ്ധം സ്ഥാനാന്തരേ മൂലം

[(സ്ക്വയർ റൂട്ട് അഥവാ വർഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള ഒരു മാർഗമാണിവിടെ വിവരിക്കുന്നത്. (അൽപംകൂടി ഗഹനമായ വ്യാഖ്യാനങ്ങൾ വേണ്ടതാണ് ഈരണ്ടു ശ്ലോകങ്ങൾ)] ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം കാണുന്നതിന് ആ സംഖ്യയുടെ ഇടത്തേ

അറ്റത്ത് ഒറ്റ സ്ഥാനത്ത് (Odd place) ഉള്ള അക്കത്തിൽ നിന്നും ഏറ്റവും വലിയ വർഗം (square) കുറച്ച് അതിൻെറ വർഗമൂലം പ്രത്യേകമായെഴുതി ഇരട്ടസ്ഥാനത്ത് (evenplace) ഉള്ള അക്കത്തെ പ്രത്യേകമായെഴുതി വർഗമൂലത്തിൻെറ ഇരട്ടികൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഒറ്റ സ്ഥാനത്തു നിന്നും ഹാരത്തിൻെറ വർഗം കുറച്ച്, ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യ, പ്രത്യേകമായി എഴുതിയിരിക്കുന്ന വർഗമൂലത്തിൻെറ വലതുഭാഗത്തായി, ഈ ഹാരകം എഴുതുക. ഇപ്രകാരം സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കാവുന്നതാണ്. കൂടുതൽ അക്കങ്ങളുള്ള സംഖ്യയാണെങ്കിൽ മേൽവിവരിച്ച ക്രിയകൾ തുടർച്ചയായി ചെയ്യണം.

5. **അഘനാദ് ഭജേദ് ദ്വിതീയാത് ത്രിഗുണേന ഘനസ്യ മൂലവർഗേണ വർഗസ്ത്രിപൂർവ്വഗുണിതഃ ശോധ്യഃ പ്രഥമാദ് ധനശ്ച ഘനാത്**

ക്യൂബ്റൂട്ട് അഥവാ ഘനമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗമാണിവിടെ വിവരിക്കുന്നത്.

ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘനമൂലം (cube root) കാണുന്നതിന് ഇടത്തവസാനത്തെ ഘനസ്ഥാനത്ത് (Cube place) നിന്നും ആ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തിന്നടുത്തുവരുന്ന ഏറ്റവും വലിയഘനസംഖ്യ (cube) കുറച്ച് അതിൻെറ ഘനമൂലം പ്രത്യേകമായെഴുതി), രണ്ടാം സ്ഥാനത്തുള്ള ഘനമൂലത്തിൻെറ വർഗത്തിൻെറ മൂന്നിരട്ടി കാണുക. ഒന്നാം സ്ഥാനത്തുനിന്നും ഹാരകത്തിൻെറ വർഗത്തെ ഘനമൂലത്തിൻെറ മൂന്നിരട്ടികൊണ്ട് ഗുണിച്ചസംഖ്യ കുറക്കുക. ഹാരകത്തിൻെറ ഘനം, ഘനസ്ഥാനത്തുനിന്നും കുറക്കുക. ഈ സംഖ്യ പ്രത്യേകമായെഴുതിയ ഘനമൂലവുമായി ചേർത്തെഴുതുക. ഇതായിരിക്കും സംഖ്യയുടെ ഘനമൂലം. കൂടുതൽ അക്കങ്ങളുള്ള സംഖ്യയാണെങ്കിൽ ഈ ക്രിയ തുടരുക.

6. **ത്രിഭുജസ്യ ഫലശരീരം സമദലകോടി ഭുജാർധ സംവർഗഃ ഊർധ്വഭുജാത് തത്സംവർഗാർധം സ ഘനഃ ഷഡശ്രിരിതി**

ത്രികോണത്തിൻെറവിസ്തീർണം, പാദത്തിൻെറ പകുതിയെ, പാദത്തിൻെറ എതിർകോണിൽ നിന്ന് (പാദത്തിലേക്കു) വരുന്ന നേർഭുജം (altitude) കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നതാണ്. (1/2 base x altitude)

ആറുഭുജങ്ങളുള്ള ഘനരൂപത്തിൻെറ (ത്രികോണ പിരമിഡ്) വ്യാപ്തം,

പാദവിസ്തീർണത്തിൻെറ പകുതിയെ ഉയരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നതാണ്.

ആധുനിക ഗണിതപ്രകാരം പാദവിസ്തീർണത്തിൻെറ മൂന്നിലൊന്നിനെ (പകുതിയെയല്ല) – ഉയരം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ വ്യാപ്തം ലഭിക്കുന്നതാണ്. ബ്രഹ്മഗുപ്തൻെറ, ബ്രഹ്മസ്ഫുടസിദ്ധാന്തത്തിൽ ശരിയായ വ്യാപ്തം കണ്ടുപിടിക്കുന്ന വാക്യമുണ്ട്.

7. **സമപരിണാഹസ്യാർധം വിഷ്കംഭാർധഹതമേവ വൃത്തഫലം തന്നിജമൂലേന ഹതം ഘനഗോളഫലം നിരവശേഷം**

വൃത്തച്ചുറ്റളവിൻെറ പകുതിയെ വ്യാസത്തിൻെറ പകുതികൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ വൃത്തവിസ്തീർണം (തന്നെ) ലഭിക്കും ($1/2 \times 2\pi r \times r = \pi r^2$)

ഈ വിസ്തീർണത്തെ അതിൻെറ തന്നെ വർഗമൂലം (Square root) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ആ വൃത്തത്തിൻെറ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഗോളത്തിൻെറ വ്യാപ്തം ലഭിക്കും. (അതായത് $\pi r^2 \times \sqrt{\pi r^2}$)

$^4/_3\pi r^3$ ആണല്ലോ. ഗോളത്തിൻെറ വ്യാപ്തം. ഇത് ആര്യഭടഗണിതപ്രകാരം ലഭിക്കുന്ന അളവും കൃത്യമായി യോജിക്കുന്നില്ല.

8. **ആയാമഗുണേ പാർശ്വേ തദ്യോഗഹൃതേ സ്വപാതരേഖേ തേ വിസ്തരയോഗാർധഗുണേ ജ്ഞേയം ക്ഷേത്രഫലമായാമേ**

ഒരു സമാന്തര ചതുഷ്കോണത്തിൻെറ (Trapezeum) പാദത്തേയും എതിർവശത്തെയും (അവയുടെ നീളത്തെ) ഉയരംകൊണ്ട് പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ഗുണിക്കുക. ഈ രണ്ടു ഗുണനഫലങ്ങളെയും പാദത്തിൻെറയും എതിർവശത്തിൻെറയും നീളങ്ങളുടെ തുക (a+b) കൊണ്ട് പ്രത്യേകം ഭാഗിക്കുക. (ട്രപീസിയത്തിൻെറ ഡയഗണലുകൾ ബന്ധിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും) രണ്ടു സമാന്തര (എതിർ) വശങ്ങളിലേക്കുള്ള ലംബങ്ങൾ (perpendiculars) ലഭിക്കുന്നു. ഈ ലംബങ്ങളുടെ തുക കൊണ്ട്, (a+b) യുടെ പകുതിയെ ഗുണിച്ചാൽ സമാന്തരചതുഷ്കോണത്തിൻെറ വിസ്തീർണം ലഭിക്കും. അതായത് $\frac{1}{2}(a+b)h$ (h= സമാന്തര ചതുഷ്കോണത്തിൻെറ ഡയഗണലുകൾ സന്ധിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് രണ്ട് സമാന്തര വശങ്ങളിലേക്കുള്ള ലംബങ്ങളുടെ തുക)

9. **സർവ്വേഷാം ക്ഷേത്രാണം പ്രസാധ്യ പാർശ്വേഫലം തദഭ്യാസ: പരിധേഃ ഷഡ്ഭാഗജ്യാ: വിഷ്കംഭാർധേന സാ തുല്യാ**

എല്ലാ സമതല ക്ഷേത്രങ്ങളുടേയും രൂപങ്ങളുടേയും വിസ്തീർണം ലഭിക്കുന്നതിന് അവയുടെ വശങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം കണ്ടുപിടിക്കണം (ആ ക്ഷേത്രങ്ങളെ ഇപ്രകാരം വിസ്തീർണം കണ്ടുപിടിക്കാവുന്ന ദീർഘചതുരങ്ങളാക്കി രൂപാന്തരപ്പെടുത്തിയ ശേഷമേ വിസ്തീർണം കണ്ടുപിടിക്കാൻ സാധ്യമാകൂ.)

വൃത്തപരിധിയെ തുല്യമായ ആറു ഭാഗങ്ങളാക്കി, അവയെ ആറു 'ജ്യാ'ക്കൾ (കോഡുകൾ) കൊണ്ടു ബന്ധിപ്പിച്ചാൽ ആ ജ്യാകൾ ഓരോന്നും വൃത്തത്തിൻെറ വ്യാസാർധത്തിനു തുല്യമായിരിക്കും.

ഒരു വൃത്തത്തിൽ തുല്യ അകലത്തിൽ ആറു ബിന്ദുക്കൾ രേഖപ്പെടുത്തി, അവയെ തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ഓരോ കോഡും, വൃത്തത്തിൻെറ വ്യാസാർധത്തിനു തുല്യമായിരിക്കുമെന്നുസാരം.

10. **ചതുരധികം ശതമഷ്ടഗുണം ദ്വാഷഷ്ടി സ്തഥാ സഹസ്രാണാം അയുതദ്വയ വിഷ്കംഭസ്യാസന്നോ വൃത്തപരിണാഹ:**

നൂറിൻെറ കൂടെ 4 കൂട്ടി അതിനെ 8 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 62000 വുമായി ചേർത്താൽ (അതായത് 62832), 20000 (യൂണിറ്റ്) ഡയമീറ്ററുള്ള വൃത്തത്തിൻെറ ഏകദേശചുറ്റളവായിരിക്കുമത് (അസന്നോ = ഏകദേശം) (ചുറ്റളവ് = $\pi \times D = 3.142 \times 20000 = 62840$)

ഇവിടെയാണ് ആര്യഭടൻെറ വളരെ ശ്രദ്ധേയമായ സംഭാവനയായ π യുടെ മൂല്യം ലഭിക്കുന്നത്. അതായത് വൃത്തപരിധിയെ, അതിൻെറ വ്യാസം കൊണ്ടു ഭാഗിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യ = π

$$\frac{62832}{20000} = 3.1416$$

11. **സമവൃത്തപരിധിപാദം ഛിന്ദ്യാത് ത്രിഭുജാച്ചതുർഭുജാച്ചൈവ സമചാപജ്യാർധാനി തു വിഷ്കംഭാർധേ യഥേഷ്ടാനി**

ഒരു വൃത്തത്തിൻെറ കാൽഭാഗത്തെ (വൃത്തപാദത്തെ) യഥേഷ്ടം ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുക. (ഈ വിഭജന ബിന്ദുക്കളെ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലേക്കും, വ്യാസാർദ്ധം വൃത്തത്തെ സ്പർശിക്കുന്ന

ബിന്ദുവിലേയ്ക്കും യോജിപ്പിക്കുന്നതിലൂടെ വരക്കാവുന്ന ത്രികോണങ്ങളിൽ നിന്നും ചതുർഭുജങ്ങളിൽ നിന്നും, തുല്യനീളമുള്ള ആർക്കു (arc) കൾക്ക് യഥേഷ്ടം കോഡുകൾ (chords) ഉണ്ടാക്കാവുന്നതാണ്.

12. **പ്രഥമാച്ചാപജ്യാർധാദ്യൈരൂനം ഖണ്ഡിതം ദ്വിതീയാർധം തൽപ്രഥമജ്യാർധാംശൈസ്തൈസ്തൈരൂനാനി ശേഷാണി**

ഒന്നാമത്തെ കോഡിനെ (R sine) അതുകൊണ്ട് തന്നെ ഭാഗിച്ച് ആ ഹരണഫലം കോഡിൽ (R sine) നിന്നു കുറച്ചാൽ രണ്ടാമത്തെ R sine വ്യത്യാസം ലഭിക്കും. തുടർന്നുള്ള R sine കളെ അതിന്റെ അടുത്ത R sine കൊണ്ട് ഭാഗിച്ച്, ഹരണ ഫലത്തിൽ നിന്നും അദ്ധ്യഫലം കുറച്ചാൽ, ശേഷിക്കുന്ന R sine വ്യത്യാസവും ലഭിക്കും.
(ഈ ശ്ലോകം വളരെ അവ്യക്തമായി മാത്രമേ വ്യഖ്യാനിക്കുവാൻ സാധിച്ചിട്ടുള്ളു. വാക്യാർത്ഥത്തേക്കാൾ കൂടുതലായി അന്തർലീനമായ കുറെക്കൂടി ഗണിത വിജ്ഞാനം ഇതിലുണ്ടെന്നു വ്യക്തം)

13. **വൃത്തം ഭ്രമേണ സാധ്യം ത്രിഭുജം ച ചതുർഭുജം ച കർണാഭ്യാം. സാധ്യാ ജലേന സമഭൂരധഊർധ്വം ലംബകേനൈവ.**

കറങ്ങു(ക്ക്യ)ന്ന ഒരു ഉപാധികൊണ്ട് (കോമ്പസ്) വൃത്തം വരയ്ക്കുവാൻ സാദ്ധ്യമാണ്. ത്രിഭുജവും ചതുർഭുജവും കർണങ്ങളിൽ നിന്നും (hypoteneus) വരയ്ക്കണം. വരയ്ക്കുന്ന പ്രതലത്തിന്റെ നിമ്നോന്നതി 'ജലനിരപ്പ്' ഉപയോഗിച്ചും ചെരിവുകൾ 'തൂക്ക്' (ചരടിൽ കെട്ടിത്തൂക്കിയിടുന്ന ഭാരം) ഉപയോഗിച്ചും പരിശോധിക്കണം.

14. **ശങ്കോഃ പ്രമാണവർഗം ഛായാവർഗേണ സംയുതം കൃത്വാ യത്തസ്യ വർഗമൂലം വിഷ്കംഭാർധം സ്വവൃത്തസ്യ**

(ഒരു വിളക്കു കാലിൽ തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന വിളിക്കിന്റെ പ്രകാശത്താൽ ഉണ്ടാകുന്ന ഒരു വസ്തു (ശങ്കു) വിന്റെ നിഴലിനെക്കുറിച്ചാണിവിടെ വിവരിക്കുന്നത്) വസ്തുവിന്റെ ഉയരത്തിന്റെ വർഗവും (a^2)അതിന്റെ നിഴൽ ദൈർഘ്യത്തിന്റെ വർഗവും (b^2)കൂട്ടി ($a^2 + b^2$) അതിന്റെ വർഗമൂലം (Square root) എടുത്താൽ വസ്തുവിന്റെ ഏറ്റവും ഉയർന്ന അഗ്രം കേന്ദ്രമായി, നിഴലിന്റെ ആഗ്രം സന്ധിക്കുന്ന (ഒരു വൃത്തം സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ) ആ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധമായിരിക്കും അത് (മറ്റൊരർത്ഥത്തിൽ

വസ്തുവിൻെറ അഗ്രത്തിൽ നിന്നും നിഴലിൻെറ അഗ്രത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം)

15. **ശങ്കുഗുണം ശങ്കുഭുജാവിവരം ശങ്കുഭുജയോർവിശേഷഹൃതം യല്ലബ്ധം യാ ഛായാ ജ്ഞേയ ശങ്കോ: സ്വമൂലാദ്ധി**

(ഉയരത്തിൽ തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന) വിളക്കിൻെറ പാദത്തിൽ നിന്നും വസ്തുവിലേക്കുള്ള ദൂരത്തെ (a) വസ്തുവിൻെറ ഉയരം (b) കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് (axb) ഈ ഗുണനഫലത്തെ വിളക്കിൻെറ ഉയര (c) ത്തിൽ നിന്നും വസ്തുവിൻെറ ഉയരം (b) കുറച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യകൊണ്ട് (c–b) ഭാഗിക്കുക. ഇത് നിഴലിൻെറ ദൈർഘ്യമായിരിക്കും axb ÷ (c–b)

16. ഛായാഗുണിതം ഛായാഗ്ര വിവരമൂനേന ഭാജിതം കോടി ശങ്കുഗുണാ കോടീ സാ ഛായാഭക്താ ഭുജാ ഭവതി

രണ്ടു തുല്യ ഉയരമുള്ള വസ്തുക്കൾ തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന വിളക്കിൻെറ ഒരേവശത്ത് വ്യത്യസ്ത അകലത്തിലുണ്ടെങ്കിൽ നിഴലുകളുടെ അഗ്രങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരത്തെ വലിയ നിഴലിൻെറ ദൈർഘ്യം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഇതിനെ നിഴലുകളുടെ ദൈർഘ്യവ്യത്യാസം കൊണ്ടു ഭാഗിച്ചാൽ, വിളക്കിൻെറ പാദത്തിൽനിന്നും വലിയ നിഴലിൻെറ അഗ്രത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം ലഭിക്കും. (അതുപോലെ) ഈ അകലത്തെ വസ്തുവിൻെറ ഉയരം കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് (വസ്തുവിൻെറ) നിഴലിൻെറ ദൈർഘ്യം കൊണ്ടു ഭാഗിച്ചാൽ വിളക്കിൻെറ ഉയരം ലഭിക്കും.

17. **യശ്ചൈവ ഭുജാവർഗഃ കോടീവർഗശ്ച കർണവർഗഃ സഃ വൃത്തേ ശരസംവർഗോർധജ്യാവർഗഃ യ ഖലു ധനുഷോഃ**

പാദത്തിൻെറ വർഗത്തിൻെറയും ഉയരത്തിൻെറ വർഗത്തിൻെറയും തുകയാണ് കർണത്തിൻെറ വർഗം.

ഒരു കോഡ് (chord) വൃത്തത്തെ രണ്ടു ആർക്കുകളായി ഭാഗിച്ചാൽ (ഈ രണ്ടു) ആർക്കുകളുടെയും ശരങ്ങളുടെയും (ആർക്കിൻെറ മധ്യത്തിൽ നിന്നും കോഡിൻെറ മധ്യത്തിലേക്കു വരക്കുന്ന രേഖ) ഗുണനഫലം കോഡിൻെറ പകുതിയുടെ വർഗം (square) ആയിരിക്കും.

18. **ഗ്രാസോനെ ദ്വേ വൃത്തേ ഗ്രാസഗുണേ ഭാജയേത് പൃഥക്ത്വേന ഗ്രാസോനയോഗലബ്ധൗ സമ്പാതശരൗ പരസ്പരതഃ**

[രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ പരസ്പരം ഖണ്ഡിച്ചാൽ (intersect) അവ സന്ധിക്കുന്ന

രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നുണ്ടാകുന്ന ആർക്കുകളുടെ ശരങ്ങൾ (അതായത് ആർക്കുകളുടെ മധ്യ ഭാകലം) ലഭിക്കുന്നതിന്] ഒന്നാം വൃത്തത്തിൻെറ വ്യാസത്തിൽ (a) നിന്നും ശരങ്ങളുടെ ആകെ നീളം (b) കുറച്ച് (a–b), അതിനെ ശരങ്ങളുടെ ആകെ നീളം (b) കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക [(a–b) x b], ഈ സംഖ്യയെ ശരങ്ങളുടെ നീളം (b) ഒന്നാം വൃത്തത്തിൻെറയും (a) രണ്ടാം വൃത്തത്തിൻെറയും (c) വ്യാസങ്ങളിൽനിന്നും പ്രത്യേകം കുറച്ച് (a–b) x b അവയുടെ തുകകൊണ്ട് [(a–b) + (c–b)] ഭാഗിച്ചാൽ രണ്ടാം വൃത്ത ശരത്തിൻെറ മാത്രം നീളം ലഭിക്കും.

രണ്ടാം വൃത്തശരത്തിൻെറ നീളം = $\frac{(a-b) \times b}{(a-b) + (c-b)}$

ഒന്നാം വൃത്തശരത്തിൻെറ നീളം = $\frac{(c-b) \times b}{(a-b) + (c-b)}$

രണ്ടുവൃത്തങ്ങൾ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന രണ്ടുബിന്ദുക്കളെ പരസ്പരം യോജിപ്പിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന രേഖയിലേക്ക്, രണ്ടു വൃത്ത ആർക്കുകളുടെ മധ്യത്തിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന രേഖയാണ് ശരം (arrow)

19. **ഇഷ്ടം വ്യേകം ദലിതം സപൂർവ്വമുത്തരഗുണം സമുഖമധ്യം**
ഇഷ്ടഗുണിതമിഷ്ടധനം ത്വഥവാദ്യന്തം പദാർധഹതം

(തുടർച്ചയായ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി (arithemetic mean) കാണുന്നതിന്) സംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തിൽ നിന്നും ഒന്നു കുറച്ച്, രണ്ടുകൊണ്ട് ഭാഗിച്ച്, പൊതുവ്യത്യാസംകൊണ്ട് (common difference) ഗുണിച്ച്, ഒന്നാം സംഖ്യയുമായി കൂട്ടിയാൽ ശരാശരി ലഭിക്കുന്നതാണ്. ഈ സംഖ്യയെ (ശരാശരിയെ) ആകെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ആകെത്തുക (sum) ലഭിക്കും. (മറ്റൊരു മാർഗത്തിലൂടെ ക്രിയ ചെയ്താൽ) ഒന്നാമത്തേതും അവസാനത്തേതുമായ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ ആകെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തിൻെറ പകുതികൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലും അതുതന്നെ ലഭിക്കും.

ഉദാ: 1, 3, 5, 7, 9 സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി $1 + \frac{5-1}{2} \times 2 = 5$

അവയുടെ ആകത്തുക = 5 x 5 = 25

രണ്ടാം മാർഗം: ആകെത്തുക $\frac{(1+9)}{2} \times 5 = 25$

20. ഗച്ഛോ ഽഷ്ടോത്തരഗുണിതാദ് ദ്വിഗുണാദ്യുത്തരവിശേഷ-
വർഗായുതാത്

മൂലം ദ്വിഗുണാദ്യൂനം സ്വോത്തരഭജിതം സരൂപാർധം

(തുടർച്ചയായ സംഖ്യകളുടെ നിരയിലുള്ള സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്) അവയുടെ തുകയെ 8 കൊണ്ടും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ടും ഗുണിച്ച് ആദ്യസംഖ്യയുടെ ഇരട്ടിയിൽ നിന്നും പൊതുവ്യത്യാസം കുറച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗം (Square) കൂട്ടി, (മൊത്തം) വർഗമൂലം (Square root) കണ്ട് ഒന്നാം സംഖ്യയുടെ ഇരട്ടി കുറക്കുക. ഇതിനെ പൊതു വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ച്, ഒന്നു കൂട്ടി, രണ്ടുകൊണ്ടു ഭാഗിക്കുക.

അതായത് $\left[\frac{\sqrt{8\,DS + (2A-D)^2} - 2A}{D} + 1\right] \times \frac{1}{2}$

A = ആദ്യ സംഖ്യ, D = പൊതുവ്യത്യാസം, S = സംഖ്യകളുടെ ആകത്തുക.

21. **ഏകോത്തരാദ്യം ഉപചിതേർഗച്ഛാദ്യേ ഏകോത്തരത്രിസംവർഗഃ**

ഷഡ്ഭക്തഃ സ ചിതിഘന സൈക പദഘനോ വിമൂലോ വാ

തുടർച്ചയായ സംഖ്യകളിൽ) ഒന്ന് ആദ്യസംഖ്യയായും, ഒന്ന് പൊതു വ്യത്യാസമായും വരുകയാണെങ്കിൽ (അപ്രകാരം) തുടർച്ചയായ മൂന്നു സംഖ്യകളുടെ (1) ഗുണനഫലത്തെ 6 കൊണ്ട് ഭാഗിക്കുകയോ (2) സംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തിനോട് ഒന്നു കൂട്ടിയ സംഖ്യയെ അതിൻെറ തന്നെ 'ഘന' (cube) ത്തിൽ നിന്ന് കുറ.്ച്, 6 കൊണ്ട് ഭാഗിക്കുകയോ ചെയ്താൽ സംഖ്യകളുടെ ആകത്തുക ലഭിക്കും.

(1) $\frac{x(x+1)(x+2)}{6}$ (2) $\frac{(x+1)^3 - (x+1)}{6}$

22. **സൈക - സഗച്ഛ - പദാനാം ക്രമാത് ത്രിസംവർഗിതസ്യഷഷ്ഠോഽംശഃ**
വർഗചിതിഘനഃ സ ഭവേത്, ചിതി വർഗോ ഘനചിതിഘനശ്ച

തുടർച്ചയായ സംഖ്യകളുടെ സ്ക്വയറുകളുടെ ആകത്തുക കാണുന്നതിന് തുടർസംഖ്യകളുടെ എണ്ണവും (x) ഇതിനോട് 1 കൂട്ടിയാൽ ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യയും (x+1) (തുടർസംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തിൻെറ) ഇരട്ടിയോട് 1 കൂട്ടിയാൽ ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യയും തമ്മിൽ ഗുണിച്ച് 6 കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ മതിയാകും. തുടർസംഖ്യകളുടെ ആകത്തുകയുടെ വർഗം (Square) സംഖ്യകളുടെ ഘന (cube) ത്തിൻെറ ആകത്തുകയായിരിക്കും.

തുടർസംഖ്യകളുടെ വർഗത്തിൻെറ തുക

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + x^2 = \frac{x (x +1) (2x + 1)}{6}$$

തുടർസംഖ്യകളുടെ ക്യൂബുകളുടെ തുക

$$= 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + 3 + ...n)^2$$

23. **സമ്പർകസ്യ ഹി വർഗാദ് വിശോധയേദേവ വർഗസമ്പർക്കം യത്തസ്യ ഭവത്യർധം വിദ്യാദ് ഗുണകാര സംവർഗം**

രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ വർഗ (Square) ത്തിൽ നിന്ന് അവയുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുക കുറച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യയുടെ പകുതി, ഈ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായിരിക്കും.

$$X \times Y = \frac{(X+Y)^2 - (X^2 + Y^2)}{2} \qquad (X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$$

$$2xy = (x+y)^2 - (x^2 + y^2)$$

$$xy = \frac{(x + y)^2 - (x^2 + y^2)}{2}$$

24. **ദ്വികൃതിഗുണാത് സംവർഗാദ് ദ്വ്യന്തരവർഗേണ സംയുതാന്മൂലം അന്തരയുക്തം ഹീനം തദ് ഗുണകാരദ്വയം ദലിതം**

(രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും വ്യത്യാസവും തന്നിരിക്കുന്നു എങ്കിൽ) ഗുണനഫലത്തെ 4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, വ്യത്യാസത്തിൻെറ വർഗവുമായി കൂട്ടി, അതിൻെറ വർഗമൂലം കാണുക. ഇതിൻെറ കൂടെ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കൂട്ടി, പകുതിയാക്കിയാൽ ഒന്നാം സംഖ്യയും, വ്യത്യാസം കുറച്ച് പകുതിയാക്കിയാൽ രണ്ടാം സംഖ്യയും ലഭിക്കും.

l, m, എന്നീ സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം P യും ഗുണനഫലം Q വും എങ്കിൽ

$$l = \frac{\sqrt{4Q + P^2} + P}{2}, \quad m = \frac{\sqrt{4Q + P^2} - P}{2}$$

25. **മൂലഫലം സഫലം കാലമൂലഗുണം അർധമൂലകൃതിയുക്തം**
തന്മൂലം മൂലാർധോനം കാലഹൃതം സ്വമൂലഫലം

(പലിശക്ക് ധനം കൊടുക്കുമ്പോൾ, ലഭിക്കുന്ന പലിശ, മുതലിനോട് ചേർത്ത് പലിശയടക്കം മുതലിന് കൊടുക്കേണ്ടിവരുന്ന പലിശ കാണുന്ന മാർഗമാണിവിടെ വിവരിക്കുന്നത്)

മുതലിൻെറ പലിശയും, പലിശയുടെ പലിശയും കാലാവധി കൊണ്ടും, മുതലുകൊണ്ടും ഗുണിച്ച്, മുതലിൻെറ പകുതിയുടെ വർഗവും (square) ചേർത്ത്, അതിൻെറ (മൊത്തം) വർഗമൂലം കാണുക. ഇതിൽനിന്നും മുതലിൻെറ പകുതി കുറച്ച്, കാലാവധി കൊണ്ടു ഭാഗിച്ചാൽ മുതലിന് നൽകേണ്ട പലിശ ലഭിക്കും.

26. **ത്രൈരാശികഫലരാശിം തമഥേച്ഛാരാശിനാ ഹതം കൃത്വാ**
ലബ്ധം പ്രമാണഭജിതം തസ്മാദിച്ഛാഫലമിദം സ്യാത്

(ഒരു പ്രത്യേക അളവ്/ എണ്ണം സാധനങ്ങളുടെ വിലസൂചിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ, ആവശ്യമായത്ര അളവിൽ സാധനങ്ങളുടെ വിലകണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗമാണ് ഇവിടെ വിവരിക്കുന്നത്.)

ഫലത്തെ (വിലയെ) ആവശ്യമുള്ള വസ്തുക്കളുടെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് അടിസ്ഥാന എണ്ണം (പ്രമാണം) കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ ആവശ്യമുള്ള (വസ്തുക്കളുടെ) എണ്ണത്തിൻെറ വില (ഫലം) ലഭിക്കും.

x സാധനങ്ങളുടെ വില y ആണെങ്കിൽ (ആവശ്യമുള്ള) A സാധനങ്ങളുടെ വില = $\frac{A \times y}{x}$

27. **ഛേദാഃ പരസ്പരഹതാ ഭവന്തി ഗുണകാരഭാഗഹാരാണാം**
ഛേദഗുണം സച്ഛേദം പരസ്പരം തത് സവർണത്വം

രണ്ടു ദിന്നസംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഹരിക്കുമ്പോൾ അംശവും ഛേദവും പരസ്പരം ഗുണിക്കണം. (രണ്ടു) ഭിന്ന സംഖ്യകളിൽ ഓരോന്നിൻേറയും അംശത്തേയും ഛേദത്തേയും മറ്റേതിൻെറ ഛേദം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

ഭിന്നസംഖ്യകൾക്ക് പൊതുവായ ഛേദം ലഭിക്കും.

(1) $\frac{x}{y} \div \frac{a}{b} = \frac{x}{y} \times \frac{b}{a}$

(2) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{d \times a}{d \times b} + \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{ad + bc}{bd}$

(3) $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{d \times a}{d \times b} - \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{ad - bc}{bd}$

28. **ഗുണകാരാ ഭാഗഹരാ ഭാഗഹരാസ്തേ ഭവന്തി ഗുണകാരാഃ**
യഃ ക്ഷേപഃ സോഽപചയോ അപചയഃ ക്ഷേപശ്ച വിപരീതേ

അംശവും ഛേദവും പരസ്പരം മാറ്റിയിടുമ്പോൾ (Inversion) ഗുണിക്കാനുള്ള ക്രിയ ഹരിക്കുവാനുള്ള ക്രിയയായും ഹരിക്കുവാനുള്ളത്, ഗുണുക്കുവാനുള്ളതും ആയി മാറുന്നു. അതുപോലെ കൂട്ടുവാനുള്ളത് കുറക്കുവാനും, മറിച്ചും ആയിത്തീരുന്നു.

$\left(\frac{a \times b}{c}\right) + d - c = P$ ആണെങ്കിൽ ഇതിൽനിന്നും a കണ്ടുപിടിക്കുന്ന ക്രിയ ശ്രദ്ധിക്കുക.

$a = (p + c - d) \times \frac{c}{b}$

ഇവിടെ കൂട്ടുവാനുള്ളത് കുറക്കുവാനും, ഗുണിക്കുവാനുള്ളത് ഭാഗിക്കുവാനും ആയിത്തീരുന്നു.

ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നാരംഭിച്ച്, മറ്റു പല സംഖ്യകളുമായി ക്രിയ ചെയ്ത ഉത്തരം ലഭിച്ചുകഴിഞ്ഞാൽ, ആ ഉത്തരത്തിൽ നിന്ന് തിരിച്ച് സംഖ്യയിലേക്കു വരണമെങ്കിൽ, ചെയ്തക്രിയകളെല്ലാം തിരിച്ച് ചെയ്യണം; അതായത് ഗുണിച്ചത് ഹരിക്കുകയും (അതുപോലെ മറിച്ചും) കൂട്ടിയത് കുറക്കുകയും (അതുപോലെ മറുച്ചും) വേണമെന്ന വ്യാഖ്യാനവും ഈ ശ്ലോകത്തിനുണ്ട്.

29. **രാശ്യൂനം രാശ്യൂനം ഗച്ഛധനം പിണ്ഡിതം പൃഥക്ത്വേന**
വ്യേകേന പദേന ഹൃതം സർവ്വധനം തദ് ഭവത്യേവ

അജ്ഞാത സംഖ്യകളിൽ ഓരോ സംഖ്യ ഒഴിവാക്കി കൊണ്ട്, ലഭിക്കുന്ന തുകകൾ പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം എഴുതി, അവയുടെ തുകയെ ആകെ

സംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തിൽ നിന്ന് ഒന്ന് കുറച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ സംഖ്യകളുടെ തുക ലഭിക്കുന്നതാണ്.

$X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots X_n = S$ ആണെങ്കിൽ

$S-X_1 = a_1$

$S-X_2 = a_2$

$S - X_3 = a_3$

....

....

$n(sn-s) = a_1+a_2+a_3 + \ldots\ldots a_n$

$s(n-1) = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots a_n$

$$SSn = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots a_n}{(n-1)}$$

30. **ഗുളികാന്തരേണ വിഭജേദ് ദ്വയോഃ പുരുഷയോസ്സു രൂപകവിശേഷം ലബ്ധം ഗുളികാമൂല്യം യദ്യർഥകൃതം ഭവതി തുല്യം**

(തുല്യ തുകകളിൽ നിന്നും അജ്ഞാത സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്) വ്യത്യസ്ത സംഖ്യയിൽ ഗുളിക (അജ്ഞാത മൂല്യമുള്ളത്) യും രൂപ (മൂല്യമറിയാവുന്ന നാണയം) യും കൈവശമുള്ള രണ്ടു തുല്യ സമ്പന്ന പുരുഷന്മാരുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ ഗുളികയുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്, ഈ രണ്ടു വ്യക്തികളുടെയും പക്കലുള്ള രൂപയുടെ വ്യത്യാസത്തെ അവരുടെ കയ്യിലുള്ള ഗുളികയുടെ വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ മതിയാകും.

X ഗുളികയും Y രൂപയും കയ്യിലുള്ളവനും a ഗുളികയും b രൂപയും കയ്യിലുള്ളവനും തുല്യസമ്പന്നരെങ്കിൽ ഗുളികയുടെ മൂല്യം v ലഭിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കുക:

$xv + y = av + b;\ xv - av = b - y;\ v = \frac{(b-y)}{(x-a)}$

31. **ഭക്തേ വിലോമ വിവരേ ഗതി യോഗേനാനുലോമവിവരേ ദ്വൗ ഗത്യന്തരേണ ലബ്ധൗ ദ്വിയോഗകാലാവതീതൈഷ്യൗ**

പ്രചലിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന രണ്ടു വസ്തുക്കൾ പരസ്പരം സന്ധിക്കുവാൻ വേണ്ട സമയം ഗണിക്കുന്നതിന് (1) എതിർ ദിശയിലേക്ക് സഞ്ചരിക്കുന്ന വസ്തുക്കളാണെങ്കിൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലത്തെ രണ്ടിൻേറയും വേഗതയുടെ തുകകൊണ്ട് ഭാഗിക്കണം. (2) ഒരേ ദിശയിലേക്ക് സഞ്ചരിക്കുന്ന വസ്തുക്കളാണെങ്കിൽ, അവയുടെ വേഗതയുടെ വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഭാഗിക്കണം. (എങ്കിൽ) അവ രണ്ടും തമ്മിൽ സന്ധിക്കുവാൻ വേണ്ട സമയമോ(അല്ലെങ്കിൽ) സന്ധിച്ചതിനുശേഷമുള്ളസമയമോ ലഭിക്കും.

32. **അധികാഗ്രഭാഗഹാരം ഛിന്ദ്യാദൂനാഗ്രഭാഗഹാരേണ ശേഷപരസ്പരഭക്തം മതിഗുണമഗ്രാന്തരേ ക്ഷിപ്തം**

33. **അധ ഉപരിഗുണിതമന്ത്യയുഗൂനാഗ്രച്ഛേദഭാജിതെ ശേഷം അധികാഗ്രച്ഛേദഗുണം ദ്വിച്ഛേദാഗ്രമധികാഗ്രയുതം**

സംഖ്യയെ വ്യത്യസ്ത ഹാരകങ്ങളാൽ വിഭജിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന വ്യത്യസ്ത ശിഷ്ടങ്ങൾ, ഇവയിൽ പലതും ഉപയോഗിച്ച് സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുന്ന പ്രത്യേക മാർഗമാണിവിടെ വിവരിക്കുന്നത്. (ഗണിതാടിസ്ഥാനത്തിൽ കൂടുതൽ വ്യഖ്യാനം ഇവിടെ ആവശ്യമാണ്) വലിയ ശിഷ്ടം ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യയെ ചെറിയ ശിഷ്ടം തരുന്ന സംഖ്യകൊണ്ട് ഭാഗിക്കുക. ലഭിക്കുന്ന ശിഷ്ടത്തിനെ ഒരു പ്രത്യേക സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുക. (സംഖ്യയെ വിഭജിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം വരാത്ത ഒരു പ്രത്യേക സംഖ്യയാണ് ഇവിടെ എടുക്കേണ്ടത്. സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തേതിനു മുമ്പുള്ള അക്കം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് അടുത്ത സംഖ്യ കൂട്ടുക. ഈ ക്രിയ തുടർച്ചയായി സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തിൽ രണ്ട് അക്കം മാത്രം അവശേഷിക്കുന്നതുവരെ ചെയ്യുക. ഇപ്രകാരം ദ്വിഛേദാഗ്രിസംഖ്യ ലഭിക്കുന്നു.

അദ്ധ്യായം മൂന്ന്

കാലക്രിയാപാദം

1. **വർഷം ദ്വാദശ മാസാസ്ത്രിംശദ്ദിവസോ ഭവേത് സ മാസസ്തു ഷഷ്ടിർനാഡ്യോ ദിവസഃ ഷഷ്ടിശ്ച വിനാഡികോ നാഡീ**

ഒരു വർഷം 12 മാസം, ഒരു മാസം 30 ദിവസവുമാണ്. ഒരു ദിവസമാകട്ടെ 60 നാഴികയും, ഒരു നാഴിക 60 വിനാഴികയുമാണ്.

(നാഡിക = നാഴിക; വിനാഡിക = വിനാഴിക)

2. **ഗുർവക്ഷരാണി ഷഷ്ടിർവിനാഡികാർക്ഷീ ഷഡേവ വാ പ്രാണാഃ ഏവം കാല വിഭാഗഃ ക്ഷേത്രവിഭാഗസ്തഥാ ഭഗണാത്**

ഒരു വിനാഴിക 60 ദീർഘാക്ഷരങ്ങൾ പറയുന്നതിന് എടുക്കുന്ന സമയമാണ്. (അല്ലെങ്കിൽ) 6 പ്രാവശ്യം ശ്വാസോച്ഛ്വാസത്തിനുള്ള സമയവും. ഇതാണത്രെ സമയ വിഭജനം. ഇതുപോലെ തന്നെയത്രെ പ്രപഞ്ചത്തിന്റെയും (ഭൂമണ്ഡല വൃത്തത്തിന്റെയും) വിഭജനം അതായത് 360 ഡിഗ്രിയെ 12 രാശികളായും, ഓരോ രാശിയെയും 30 ഡിഗ്രിയായും, ഓരോ ഡിഗ്രിയും 60 കലയായും വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നതിനെയാണ് ഇവിടെ വിവക്ഷിച്ചിരിക്കുന്നത്.

16 പ്രാവശ്യം ശ്വസിക്കുന്നതിന് ഒരു മിനിറ്റ് വേണം അതുകൊണ്ട് ഒരു പ്രാണഃ എന്ന സമയം 4 സെക്കൻറിനു തുല്ല്യമാണെന്ന് വ്യക്തമാണ്.

3. **ഭഗണാ ദ്വയോർദ്വയോർയെ വിശേഷശേഷാ യുഗെ ദ്വിയോഗാസ്തേ രവിശശിനക്ഷത്രഗണാഃ സമ്മിശ്രാശ്ച വ്യതീപാതാഃ**

രണ്ടു ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഭ്രമണസംഖ്യയിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ്. ഒരു യുഗത്തിൽ അവയുടെ യോഗങ്ങളുടെ എണ്ണം. ഒരു യുഗത്തിലെ വ്യതീപാതങ്ങളുടെ എണ്ണമാകട്ടെ സൂര്യചന്ദ്രന്മാരുടെ ഭ്രമണ സംഖ്യകളുടെ സങ്കലനത്തിലൂടെ ലഭിക്കുന്നു.

4. **സ്വോച്ചഭഗണാഃ സ്വഭഗണൈർ വിശേഷിതാഃ സ്വോച്ചനീച പരിവർത്താഃ ഗുരുഭഗണാ രാശിഗുണാസ്ത്വാശ്വയുജാദ്യാ ഗുരോരബ്ദാഃ**

ഒരു ഗ്രഹത്തിന്റെ ഭ്രമണ സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ ഉച്ചത്തിന്റേയും വ്യത്യാസമത്രെ ഒരു യുഗത്തിൽ ആ ഗ്രഹത്തിന്റെ വൃത്തഭാഗത്തി

(epicycle) – ൻെറ ഭ്രമണം. വ്യാഴത്തിൻെറ ഭ്രമണസംഖ്യയെ 12 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ (രാശിയുടെ എണ്ണം കൊണ്ട്) ഒരു യുഗത്തിലെ, അശ്വായുക് എന്നാരംഭിക്കുന്ന ഗുരു (ജോവിയൻ) വർഷത്തിൻെറ എണ്ണം ലഭിക്കുന്നു. ദീർഘവൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഭ്രമണപഥത്തിൽ ക്രമം വിട്ടുള്ള ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഭ്രമണസംഖ്യയാണത്രെ ആര്യഭടൻ ഇവിടെ വിവരിക്കുന്നത്. ഒരു യുഗത്തിൽ ഇപ്രകാരമുള്ള (anomolous) ഭ്രമണങ്ങളുടെ എണ്ണം ആകെ ഭ്രമണസംഖ്യയിൽ നിന്നും ഉച്ചത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുമ്പോളുള്ള ഭ്രമണസംഖ്യ കുറച്ചാൽ മതിയാകുമത്രെ. ആര്യഭടൻ നൽകുന്ന വിവരണപ്രകാരം (ഉദാഃ) ചന്ദ്രനെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം ഒരു യുഗത്തിലെ ഭ്രമണസംഖ്യ (57753 336)– ഉച്ചസ്ഥിതനായിരിക്കുമ്പോളുള്ള ഭ്രമണസംഖ്യ (488219) = 57753336. ഇതാണ് ചന്ദ്രൻെറ epicycle കളുടെ എണ്ണം.

ഒരു ഗുരുവർഷം അഥവാ ജോവിയൻ വർഷം എന്നത് ഒരു രാശി (30°) നീങ്ങുവാൻ ഗുരുഗ്രഹം (വ്യാഴം) എടുക്കുന്ന സമയമാണ്. മേടം രാശിയുടെ ആരംഭം മുതൽ അവസാനംവരെയുള്ള 30° നീങ്ങുവാൻ വ്യാഴം എടുക്കുന്ന സമയത്തെ (ഗുരുവർഷത്തെ) അശ്വായുക് എന്ന് പറയുന്നു. ഇടവത്തിൽ, കാർത്തികയും, മിഥുനത്തിൽ മാർഗശീർഷം തുടങ്ങി ഓരോ 30° വ്യാഴഗ്രഹം സഞ്ചരിക്കുന്ന വർഷങ്ങൾക്ക് പ്രത്യേകം 12 പേരുകളുണ്ട്.

5. **രവിഭഗണാ രവ്യബ്ദാഃ രവിശശിയോഗാ ഭവന്തി ശശിമാസാഃ**
രവിഭൂയോഗ ദിവസാഃ ക്വാവർത്താശ്ചാപി നാക്ഷത്രാഃ

പ്രപഞ്ചത്തിൽ രവിയുടെ ഭ്രമണത്തെ ആശ്രയിച്ചാണ് രവിവർഷം (solar year). രവിയുടെയും ശശിയുടെയും യോഗത്തിൻെറ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ചാന്ദ്രമാസം ഗണിക്കപ്പെടുന്നു. ഭൂമിയുടെയും സൂര്യൻെറയും യോഗമാണ് ഭൂദിവസങ്ങൾ. ഭൂമിയുടെ ഭ്രമണസംഖ്യയാണ് ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം.

6. **അധിമാസകാ യുഗെ തേ രവി മാസേഭ്യോഽധികാസ്തു യേ ചാന്ദ്രാഃ**
ശശിദിവസാ വിജ്ഞേയാ ഭൂദിവസോനാസ്തിഥിപ്രലയാഃ

ഒരു യുഗത്തിൽ സൗരമാസത്തിനേക്കാൾ കൂടുതൽ വരുന്ന ചന്ദ്രമാസത്തെ അധിമാസങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. (അതുപോലെ) സൗരദിനങ്ങളേക്കാൾ കുറവായ ചാന്ദ്രദിനങ്ങളെ ഇല്ലാത്ത (omitted)

ചാന്ദ്രദിനങ്ങളായി അറിയപ്പെടുന്നു.

7. **രവിവർഷം മാനുഷ്യം, തദപി ത്രിംശദ്ഗുണം ഭവതി പിത്ര്യം**
പിത്ര്യം ദ്വാദശഗുണിതം ദിവ്യം വർഷം വിനിർദിഷ്ടം

ഒരു സൗരവർഷമത്രെ ഒരു മനുഷ്യവർഷം. 30 മനുഷ്യവർഷം ഒരു പിതൃവർഷവും. 12 പിതൃവർഷം ഒരു ദേവ വർഷവുമത്രെ.

8. **ദിവ്യം വർഷ സഹസ്രം ഗ്രഹസാമാന്യം യുഗം ദ്വിഷ്ടകഗുണം**
അഷ്ടോത്തരം സഹസ്രം ബ്രാഹ്മോ ദിവസോ ഗ്രഹയുഗാനാം

ഗ്രഹങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി പറയുന്ന സാമാന്യയുഗം എന്നത് 12000 ദേവവർഷങ്ങളത്രെ. 1008 അത്തരം സാമാന്യയുഗങ്ങളാണ് ബ്രഹ്മാവിൻെറ ഒരു ദിവസം.

ഒരു യുഗത്തിലെ വർഷങ്ങൾ 12000 x 12 x 30 = 4320000 അതുകൊണ്ടത്ര ഒരു മഹായുഗത്തിന് 4320000 വർഷങ്ങളുള്ളത്.

9. **ഉത്സർപിണീ യുഗാർധം പശ്ചാദപസർപിണീ യുഗാർധം ച**
മധ്യേ യുഗസ്യ സുഷമാ ആദാവന്തെ ദുഷ്ഷമേന്ദൂച്ചാത്

ഒരു യുഗത്തിൻെറ ആദ്യപകുതി ഉത്സർപിണിയും രണ്ടാം പകുതി അപസർപിണിയുമാകുന്നു. 'സുഷമ' യുഗത്തിൻെറ മധ്യവും ദുഷ്ഷ യുഗത്തിൻെറ ആദ്യന്ത്യങ്ങളുമാകുന്നു. ചന്ദ്രൻെറ ശീഘ്രോച്ച സ്ഥിതിയിൽ നിന്നാണ് യുഗത്തിൻെറ എല്ലാം ഗണിക്കേണ്ടത്.

10. **ഷഷ്ട്യബ്ദാനാം ഷഷ്ടിർയദാ വ്യതീതാ സ്ത്രയശ്ച യുഗപാദാഃ**
ത്ര്യധികാ വിംശതിരബ്ദാസ്തദേഹ മമ ജന്മനോതീതാഃ

60 പ്രാവശ്യം 60 വർഷങ്ങളും, ഒരു (മഹാ)യുഗത്തിൻെറ മൂന്ന് പാദങ്ങളും കഴിഞ്ഞപ്പോൾ എൻെറ (ആര്യഭടൻെറ) ജനനം കഴിഞ്ഞ് 23 വർഷം കഴിഞ്ഞിരിക്കുന്നു.

ഒരു മഹായുഗത്തിൻെറ മൂന്നു പാദങ്ങൾ എന്നത് കൃത-ത്രേതാ - ദ്വാപരയുഗങ്ങളാണ്. കലിയുഗം തുടങ്ങി 3600 വർഷം പിന്നിട്ടപ്പോൾ ആര്യഭട്ടന് 23 വയസ്സായി എന്നു സാരം. ഈ ആര്യഭടീയ എന്ന ഗ്രന്ഥമെഴുതിയതാകട്ടെ അദ്ദേഹത്തിൻെറ 23-ാം വയസിലാണ്. (കലിയുഗം ആരംഭിച്ചത് BC 3102 ഫെബ്രുവരി 17, അർദ്ധരാത്രി) അതായത് AD 499 ഗണിക്കുവാൻ, ജനനം AD 476 ൽ എന്നു സാരം.

11. **യുഗവർഷമാസദിവസാഃ സമം പ്രവൃത്താസ്തു ചൈത്രശുക്ലാദേഃ കാലോഽയമനാദ്യന്തോ ഗ്രഹഭൈരനുമീയതേ ക്ഷേത്രേ**

യുഗം, വർഷം, മാസം, ദിവസം, ഇവ ഒരുമിച്ച് തുടങ്ങിയതാകട്ടെ ചൈത്രമാസത്തിലെ ശുക്ലപക്ഷത്തിൻെറ തുടക്കത്തിലാണ്. കാലം ആദിയും അന്ത്യവുമില്ലാത്തതാണ്. ഇത് പ്രപഞ്ചത്തിലെ ഗ്രഹങ്ങളുടെയും ജ്യോതിരൂപങ്ങളുടെയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ (അവയെ ബന്ധപ്പെടുത്തി) നാം അളക്കുന്നു എന്നു മാത്രം.

12. **ഷഷ്ട്യാ സൂര്യാബ്ദാനാം പ്രപൂരയന്തി ഗ്രഹാഃ ഭപരിണാഹം ദിവ്യേന നഭഃ പരിധിം സമം ഭ്രമന്തഃ സ്വകക്ഷ്യാസു**

ഓരോ ഗ്രഹങ്ങളും (അതാതിൻെറ) ഭ്രമണപഥത്തിൽ ജ്യോതിർ മണ്ഡലത്തിൻെറ ചുറ്റളവിനെ (ആകാശത്തിൻെറ പരിധിയുടെ ചുറ്റളവിനെയെന്നും വിവരണമുണ്ട്) 60 സൗരവർഷങ്ങൾകൊണ്ട് പിന്നിടുന്നു. (ഒരു യുഗത്തിൽ) ഈ ഗ്രഹങ്ങൾ പ്രപഞ്ചമണ്ഡലത്തിൻെറ തന്നെ പരിധിക്കു തുല്യമായ ദൂരം സ്വന്തം ഭ്രമണപഥത്തിൽ തിരിയുന്നു.

13. **മണ്ഡലമൽപമധസ്താത് കാലേനാൽപേന പൂരയതി ചന്ദ്രഃ ഉപരിഷ്ടാത് സർവ്വേഷാം മഹച്ച മഹതാ ശനൈശ്ചാരീ**

ഏറ്റവും ചെറിയ ഭ്രമണപഥദൈർഘ്യമുള്ള ചന്ദ്രൻ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ സമയം കൊണ്ട് ഒരു പ്രദക്ഷിണം വെക്കുന്നു. ഏറ്റവും കൂടുതൽ ഭ്രമണപഥദൈർഘ്യമുള്ള ശനി (ഏറ്റവും) കൂടുതൽ സമയമെടുത്ത് ഒരു പ്രദിക്ഷിണം പൂർത്തിയാക്കുന്നു.

14. **അൽപേ ഹി മണ്ഡലേൽപാ മഹതിമഹന്തശ്ച രാശയോ ജ്ഞേയഃ അംശാഃ കലാസ്തഥൈവം വിഭാഗതുല്യാഃ സ്വകക്ഷ്യാസു**

ഭ്രമണപഥദൈർഘ്യം വൃത്തത്തിൻെറ വലിപ്പമനുസരിച്ച് കൂടിയും കുറഞ്ഞുമിരിക്കുന്നു. അപ്രകാരം തന്നെയാണ് രാശി ദൈർഘ്യവുമെന്നറിഞ്ഞാലും. പക്ഷേ ഭ്രമണപഥത്തിലൂടെ തിരിയുന്ന ഗ്രഹങ്ങളുടെ (ദീർഘവൃത്താകൃതിയിലുള്ളത്) ഭ്രമണമണ്ഡലത്തെ (എല്ലാം) എല്ലാഡിഗ്രിയും (അംശം) മിനിറ്റും (കല) ആയി വിഭജിക്കുന്നത് തുല്യമായിട്ടാണ്.

എല്ലാഗ്രഹങ്ങളുടെയും ഭ്രമണപഥത്തെ 12 രാശികളായും, 360 ഡിഗ്രികളായും തന്നെയാണ് വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നത്. രേഖീയ ദൂരം കൂടുകയും ഒരേ കോണീയ ദൂരം ഉണ്ടാകുകയും ചെയ്യുന്നതിന്റെ അടിസ്ഥാനമിതത്രെ.

15. **ഭാനാമധഃ ശനൈശ്ചര സുരഗുരു ഭൗമാർക്കശുക്രബുധചന്ദ്രാഃ ഏഷാമധശ്ച ഭൂമിർ മേധീ ഭൂതാ ഖമധ്യസ്ഥാ**

ജ്യോതിരൂപങ്ങളുടെ (ജ്യോതിർ ഗോളങ്ങളുടെ) വലയത്തിനുള്ളിൽ ശനി – ഗുരു – കുജ – സൂര്യ– ശുക്ര – ബുധ – ചന്ദ്രൻ എന്നിവക്കു താഴെയായി ശൂന്യാകാശമധ്യത്തിൽ തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്നതുപോലെ ഭൂമി സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

16. **സപ്തൈതേ ഹോരേശാഃ ശനൈശ്ചാരാദ്യാ യഥാക്രമം ശീഘ്രാഃ ശീഘ്രക്രമാച്ചതുർഥാ ഭവന്തി സൂര്യോദയാദ് ദിനപാഃ**

മേൽ (ശ്ലോകത്തിൽ) വിവരിച്ചതുപോലെ ശനിയിൽ നിന്ന് വേഗത കൂടുന്ന ക്രമത്തിൽ ആരംഭിക്കുന്ന ഗ്രഹങ്ങളാണ്, സൂര്യ ഉദയാൽ പരമുള്ള ഓരോ മണിക്കൂറുകളുടെയും (ഹോര – ഹവർ) ഹോരനാഥന്മാർ. വേഗതയുടെ തന്നെ ക്രമമനുസരിച്ച് നാലാമത്തെ ഗ്രഹമായിരിക്കും ദിനനാഥന്മാർ (24 മണിക്കൂറികളിലെ നാഥന്മാരുടെ നിരയിൽ നിന്നും, ഒന്നാമത്തേത് ശനിയാണെങ്കിൽ അതുൾപ്പെടെ നാലുവീതം എന്നർത്ഥം)

ശനി – ഗുരു – കുജൻ – രവി – ശുക്രൻ – ബുധൻ – ചന്ദ്രൻ – ശനി – ഗുരു – കുജൻ – രവി .... എന്നിങ്ങനെയുള്ള ആവർത്തനനിരയിൽ ഓരോ മണിക്കൂറുകളുടെയും ഹോരനാഥന്മാർ തുടർച്ചയായി വരുന്നു. ഇതിൽ നാലാമത്തെ ഗ്രഹമായിരിക്കും ദിനനാഥന്മാർ. അതായത് ആദ്യം ശനിയെങ്കിൽ ക്രമത്തിൽ ശനി – രവി – ചന്ദ്രൻ – കുജൻ – ...... എന്നിപ്രകാരം. ഇതാണല്ലോ ദിവസങ്ങളുടെ ക്രമവും.

17. **കക്ഷ്യാ പ്രതിമണ്ഡലഗാ ഭ്രമന്തി സർവേ ഗ്രഹാഃ സ്വചാരേണ മന്ദോച്ചാദനുലോമം പ്രതിലോമം ച ശീഘ്രോച്ചാത്**

ഗ്രഹങ്ങളും ദീർഘവൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഭ്രമണപഥത്തിലൂടെ (ശരാശരി വേഗത്തിൽ) സഞ്ചരിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു. മന്ദോച്ചത്തിൽ (perigee) നിന്ന് അനുവൃത്തമായും (clockwise) ശീഘ്രോച്ചത്തിൽ (apogee)

നിന്ന് പ്രതിവൃത്തമായും (anticlockwise) ഈ ഗ്രഹങ്ങൾ ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നു.

18. **കക്ഷ്യാമണ്ഡലതുല്യം സ്വം സ്വം പ്രതിമണ്ഡലം ഭവേത്യേഷാം പ്രതിമണ്ഡലസ്യ മധ്യം ഘനഭൂമധ്യാദതിക്രാന്തം**

ഈ ഗ്രഹങ്ങളുടെ സഞ്ചാരപഥം എന്നത് അവയുടെ തന്നെ ഭ്രമണ മണ്ഡലത്തിന് തുല്യമാണ്. എന്നാൽ ഈ ദീർഘവൃത്തപഥത്തിൻെറ കേന്ദ്രം, ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രൻ നിന്നും വ്യത്യസ്തമാണ്. അത് അകലത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നതുമാണ്.

19. **പ്രതിമണ്ഡലഭൂവിവരം വ്യാസാർധം സ്വോച്ചനീചവൃത്തസ്യ വൃത്തപരിധൗ ഗ്രഹാസ്തേ മധ്യമചാരാദ് ഭ്രമന്ത്യേവ**

ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രവും ദീർഘവൃത്ത (സഞ്ചാരപഥം) ഭാഗ (epicycle) ത്തിൻെറ കേന്ദ്രവും തമ്മിലുള്ള അകലം (ദൂരം) ഉച്ചനീചവൃത്ത (ഭ്രമണപഥ) ത്തിൻെറ വ്യാസാർദ്ധത്തിന് തുല്യമാണ്. എല്ലാഗ്രഹങ്ങളും ഈ വൃത്തപരിധിയിൽ ശരാശരി (mean motion) വേഗതയിൽ പ്രദക്ഷിണം വെക്കുന്നു - സഞ്ചരിക്കുന്നു.

20. **യഃ ശിഘ്രഗതിഃ സ്വോച്ചാത് പ്രതിലോമഗതിഃ സ്വ വൃത്തകക്ഷ്യായാം അനുലോമഗതിർവൃത്തേ മന്ദഗതിർയോ ഗ്രഹോ ഭവതി**

ഒരു ഗ്രഹം അതിൻെറ ഉച്ചത്തിൽ നിന്നാണെങ്കിൽ (ഉച്ചത്തേക്കാൾ വേഗത്തിലാണെങ്കിൽ) അനുവൃത്തമായും (clockwise) ഉച്ചത്തേക്കാൾ മന്ദഗതിയിലാണെങ്കിൽ പ്രതിവൃത്തമായും (വക്രമായും anticlockwise) അതിൻെറ സഞ്ചാരപഥവൃത്തഭാഗത്തിൽ (epicycle) (ഭ്രമണപഥത്തിൽ) സഞ്ചരിക്കുന്നു.

21. **അനുലോമഗാനി മന്ദാത് ശീഘ്രാത് പ്രതിലോമഗാനി വൃത്താനി കക്ഷ്യാമണ്ഡലലഗ്നസ്വവൃത്തമധ്യേ ഗ്രഹോ മധ്യഃ**

ഈ ഭ്രമണപഥ (സഞ്ചാര) വൃത്തഭാഗം ശീഘ്രോച്ചത്തിൽ നിന്നും വക്രത്തിലും (anticlockwise) ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നു. ഗ്രഹം അതിൻെറ ഭ്രമണപഥവൃത്തമധ്യത്തിൽ മധ്യമായിതന്നെ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു.

22. **ക്ഷയധന ധനക്ഷയാഃ സ്യുർമന്ദോച്ചാത് വ്യത്യയേന ശീഘ്രോച്ചാത് ശനി ഗുരു കുജേഷു മന്ദാദർധമൃണം ധനം ഭവതി പൂർവ്വേ**

(ഗ്രഹങ്ങൾ വ്യത്യസ്തവേഗതയിൽ ദീർഘവൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഭ്രമണപഥത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നതുകൊണ്ട് അവയുടെ സ്ഥാനം,

വേഗത എന്നിവ കൃത്യമായി ഗണിക്കുന്നതിന് ചില തിരുത്തലുകൾ (Corrections) ആവശ്യമത്രെ. അത്തരം തിരുത്തലുകളുടെ ക്രിയാവിവരണമാണിവിടെ നൽകുന്നത്)

വ്യത്യസ്തമായ നാലു ദീർഘവൃത്തപാദങ്ങൾക്ക് perigee യിൽ നിന്നും കൊടുക്കേണ്ട തിരുത്തൽ സംഖ്യകൾ -, +, +, - എന്നീക്രിയാ ക്രമത്തിലാണ്. എന്നാൽ ശീഘ്രോച്ചത്തിൽ നിന്നും ഇതിനു വിപരീത ക്രമത്തിലും (അതായത് +, -, -, +) എന്നാൽ വലിയ ഗ്രഹങ്ങളായ ശനി, വ്യാഴം, കുജൻ എന്നിവയ്ക്ക് മന്ദഫലം (-) ആയോ അല്ലെങ്കിൽ (+) ആയോ അതിൻെറ നിയമമനുസരിച്ച് തുടക്കത്തിൽ തന്നെ നൽകി ക്രിയ ചെയ്യേണ്ടതാണ്.

ഇപ്രകാരം ഒരു മുൻതിരുത്തൽ (pre-correction) ഈ ഗ്രഹങ്ങളുടെ ശരാശരി രേഖാംശത്തിന് അവയുടെ മന്ദകേന്ദ്രം 180° യിൽ കൂടുതലോ കുറവോ എന്നതിനെ ആസ്പദമാക്കി + ആയോ - ആയോ ചേർക്കേണ്ടതാണെന്നു സാരം.

23. **മന്ദോച്ചാത് ശീഘ്രോച്ചാത് അർധമൃണം ധനം ഗ്രഹേഷു മന്ദേഷു മന്ദോച്ചാത് സ്ഫുടമധ്യാഃ ശീഘ്രോച്ചാത് ച സ്ഫുടാ ജ്ഞേയാഃ**

(നിയമമനുസരിച്ച്) മന്ദഫലത്തിൻെറ പകുതിയൊ, ശീഘ്രഫലത്തിൻെറ പകുതിയൊ ഗ്രഹത്തിൻെറ ശീഘ്രോച്ചവുമായി (-) ആയോ (+) ആയോ ചേർത്താൽ, മന്ദഫലത്തിന് വിധേയമായി കൃത്യമാക്കപ്പെട്ട (corrected) യഥാർത്ഥഗ്രഹത്തിൻെറ (mean planet) സ്ഥാനം ലഭിക്കും. – ('ശരാശരി ഗ്രഹ സ്ഥാനം' ലഭിക്കും) അതുപോലെ തന്നെയത്രെ ശീഘ്രഫലത്തിനു കൃത്യമാക്കപ്പെട്ട ഗ്രഹം എന്നും അറിയുക.

24. **ശീഘ്രോച്ചാദർധോനം കർത്തവ്യമൃണം ധനം സ്വമന്ദോച്ചേ സ്ഫുടമധ്യൗ തു ഭൃഗുബുധൗ സിദ്ധാൻമന്ദാത് സ്ഫുടൗ ഭവതഃ**

(ശീഘ്രോച്ചകേന്ദ്രം 180° യിൽ കൂടുതലാണോ കുറവാണോ എന്ന് അറിഞ്ഞ്) ലഘു ഗ്ര ഹങ്ങളായ ബുധ-ശുക്രന്മാർക്ക് അവയുടെ ശീഘ്രോച്ചഫലത്തിൻെറ പകുതി apogee യുടെ രേഖാംശത്തിൻെറ കൂടെ (നിയമമനുസരിച്ച്) കൂട്ടുകയോ (+) കുറക്കുകയോ (-) ചെയ്യുക. ഇപ്രകാരം തിരുത്തപ്പെട്ട (corrected) ശരാശരി ഗ്രഹരേഖാംശം, ഈ ഗ്രഹങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്നതാണ്. ഓരോ ഗ്രഹത്തിൻെറയും കൃത്യമാക്കപ്പെട്ട apogee യുടെ രേഖാംശം ഗണിക്കുന്നതിനുള്ള ക്രിയയാണ് വിവരിക്കുന്നത്.

25. ഭൂതാരാഗ്രഹവിവരം വ്യാസാർധഹൃതഃ സ്വകർണസംവർഗഃ
കക്ഷ്യായാം ഗ്രഹവേഗോ യോ ഭവതി സ മന്ദനീചോച്ചേ

മന്ദകർണത്തേയും (Hypoteneus) ശീഘ്രകർണത്തേയും ഗുണിച്ച് ഗുണനഫലത്തെ വ്യാസാർദ്ധംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഭൂമിയും ഗ്രഹവും തമ്മിലുള്ള അകലം ലഭിക്കുന്നു. യഥാർത്ഥ ഗ്രഹത്തിന്റെ ശീഘ്രോച്ചവൃത്ത ഭാഗത്തുള്ള വേഗതതന്നെയായിരിക്കും യഥാർത്ഥ ശരാശരി ഗ്രഹം, അതിന്റെ ഭ്രമണപഥത്തിൽ തിരിയുമ്പോളുള്ള വേഗത.

* * *

INDIAN INVENTIONS KNOWN IN FOREIGN SCIENTISTS' NAMES

Proof of Pythagorus theorem	Euclid (BC 300)	Bhoudhayana
Style's equation	Style (1600 AD)	Brahmagupta (628 AD)
Demoivres theorem of +ve integral	Demoivre (1667 AD)	Brahmagupta
Demoivre's inifite series	Demoivre	Puthumana Somayaaji (1440 AD)
Cyclic method in algebra	Galois (1600 AD)	Bhaskara II
Inverse cyclic method	Euler (1600 AD)	Bhaskara II
Differential calculus	Newton	Bhaskara II
Rolle's theorem	Rolle (1646 AD)	Bhaskara II
Tycho-Brahe Reduction	Tycho Brahe (1546 AD)	Bhaskara II
Newton Gauss forward interpolation formula	Newton/Gauss	Vateswara (860 AD)
Newton Gauss backward interpolation formula	Newton/Gauss(1640)	Vateswara (860 AD)
Newton Sterling interpolation	Newton/Sterling	Brahmagupta
Taylor Sine cosine series	Taylor (1685 AD)	Madhava (1350 AD)
Newton Power series	Newton	Madhava
Infinite GP series	Newton	Nilakanta (1440 AD)
Lhuiler formula	Lhuiler (1782 AD)	Parameswara (1360 AD)
Gregories series on Tan x	Gregory (1638 AD)	Puthumana Somayaji
Lebnitz series	Lebnitz (1642 AD)	Madhava
Gregories series for arc	Gregory	Madhava
Lebnitz power series	Lebnitz	Nilakanta

(Contd. in Page 48)

അദ്ധ്യായം നാല്

ഗോളപാദം

1. **മോഷാദേഃ കന്യാന്തം സമമുദഗപമണ്ഡലാർധമപയാതം**
തൗല്യാദേർമീനാന്തം ശേഷാർധം ദക്ഷിണേനൈവ

ദീർഘവൃത്ത (ecliptic) ത്തിൻെറ ഒരു പകുതി മേഷ (Aries) രാശിയിൽ നിന്നാരംഭിച്ച് കന്നി (Virgo) രാശിയിലവസാനിക്കുന്നു. ഇത് ഭൂമധ്യരേഖക്ക് വടക്കോട്ട് ചെരിഞ്ഞുകിടക്കുന്നു. ബാക്കി ദീർഘവൃത്തത്തിൻെറ പകുതി തുലാ (Libra) രാശിയിലാരംഭിച്ച് മീന (Pisces) രാശിയിലവസാനിക്കുന്നു, ഇത് ഭൂമധ്യരേഖക്ക് അത്രതന്നെ തെക്കോട്ട് ചെരിഞ്ഞുകിടക്കുന്നു.

2. **താരാഗ്രഹേന്ദുപാതാ ഭ്രമന്ത്യജസ്രമപമണ്ഡല്യേർക്കശ്ച**
അർകാച്ച മണ്ഡലാർധേ ഭ്രമതി ഹി തസ്മിൻ ക്ഷിതിച്ഛായാ

(കുജൻ, ബുധൻ, ഗുരു, ശുക്രൻ, ശനി എന്നീ) താരാഗ്രഹങ്ങളും ചന്ദ്രനും ദീർഘവൃത്തത്തിലുള്ള ഭ്രമണപഥത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന സൂര്യനും അപ്രകാരം ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നു. സൂര്യനിൽ നിന്നും അർദ്ധവൃത്തം അകലത്തിലായി ഭൂമിയുടെ നിഴൽ കറങ്ങുന്നു.

ദീർഘവൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഭ്രമണപഥത്തിൽ ഗ്രഹം സഞ്ചാരപഥത്തെ നിരന്തരം മുറിച്ചുകടക്കുന്നു. ഗ്രഹത്തിൻെറ ഒരു ബിന്ദു ഉദയരാശിയിലേക്കു പ്രവേശിക്കുമ്പോൾ കൃത്യം എതിൽവശത്തുള്ള ബിന്ദു സഞ്ചാരപഥത്തിൽ അസ്തമയ രാശി യിലേക്ക് പ്രവേശിക്കുന്നു.

3. **അപമണ്ഡലസ്യ ചന്ദ്രഃ പാതാദ് യാത്യുത്തരേണ ദക്ഷിണതഃ**
കുജഗുരു കോണശ്ചൈവം ശീഘ്രോച്ചേനാപി ബുധശുക്രൗ

ദീർഘവൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഭ്രമണപഥത്തിൻെറ വടക്കോട്ടുനിന്നും തെക്കോട്ട് യഥാക്രമം ഉദയരാശിയിൽ നിന്നും അസ്തമയ രാശിയിലേക്ക് ചന്ദ്രൻ സഞ്ചരിക്കുന്നു. കുജനും, ഗുരുവും, മറ്റു ഗ്രഹങ്ങളും അപ്രകാരമാണ്. ബുധൻെറയും ശുക്രൻെറയും ശീഘ്രോച്ചങ്ങളും അപ്രകാരമാണ്. ബുധശുക്രന്മാരുടെ ശീഘ്രോച്ചത്തെക്കുറിച്ച് മറ്റൊരു വ്യാഖ്യാനവുമുണ്ട്. അതായത്, ഈ രണ്ടു ഗ്രഹങ്ങളും അവയുടെ

ശീഘ്രോച്ചത്തിന്റെ അതേ വേഗതയിൽ തന്നെ ഭ്രമണം ചെയ്യുന്നു. അതുകൊണ്ടാണ് അവയുടെ അക്ഷാംശങ്ങൾ തന്നെയായിരിക്കും അവയുടെ ശീഘ്രോച്ചത്തിന്റെയും അക്ഷാംശങ്ങൾ എന്നുപറയുന്നത്.

4. **ചന്ദ്രോംശൈർദ്വാദശഭി രവിക്ഷിപ്താ അർക്കാന്തരസ്ഥിതോ ദൃശ്യഃ**
നവഭിർ ഭൃഗുർഭൃഗോസ്തൈർദ്വ്രോംധികൈർദ്വ്യധികൈർയഥാശ്ലക്ഷ്ണാഃ

സൂര്യനിൽ നിന്ന് (ഏറ്റവും കുറഞ്ഞത്) 12° ദൂരം സ്ഥിതിചെയ്യുമ്പോൾ മാത്രമേ ചന്ദ്രനെ ദൃശ്യമാകൂ. ശുക്രനാകട്ടെ 9° യിൽ കൂടുതൽ അകലത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുമ്പോൾ മാത്രമേ ദൃശ്യമാകുകയുള്ളൂ. മറ്റു ഗ്രഹങ്ങൾ അവയുടെ വലിപ്പക്കുറവനുസരിച്ച് ക്രമീകരിക്കുമ്പോൾ ശുക്രനെക്കാൾ രണ്ടു ഡിഗ്രിവീതം കൂടുതൽ അകലത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുമ്പോൾ മുതൽക്കാണ് കാണുവാൻ സാധിക്കുന്നത്. അതായത് ഗുരു 11°, ബുധൻ 13°, ശനി 15°, കുജൻ 17°.

ഒരു ഡിഗ്രി തിരിയുന്നതിന്ന് ഭൂമിക്ക് 4 മിനിറ്റ് വേണ്ടിവരുന്നതുകൊണ്ട് ഭൂമിയിൽ നിന്ന് ഈ ഗ്രഹങ്ങളെ വീക്ഷിക്കുമ്പോൾ, അവ ദൃശ്യമാകുന്നതിന് സൂര്യനിൽനിന്നും കുറഞ്ഞത് ഇത്ര ഡിഗ്രിയെങ്കിലും അകലത്തിലായിരിക്കണം ഗ്രഹം എന്നു വിവക്ഷ. ഇതിനെ സമയത്തിന് തുല്യമാക്കി വിവരിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഈ ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഉദയവും അതുപോലെ അസ്തമയവും കുറഞ്ഞത് ഈ ഡിഗ്രിയെ 4 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന സമയം സൂര്യോദയത്തിന് മുമ്പ്/പിമ്പ് അല്ലെങ്കിൽ സൂര്യോദയത്തിന് മുമ്പോ പിമ്പോ 12x4 = 48 മിനിറ്റ് കഴിഞ്ഞാണെങ്കിൽ മാത്രമേ ചന്ദ്രനെ ദൃശ്യമാകുന്നുള്ളൂ. ഇവ തമ്മിൽ 12° യോ അതിൽ കൂടുതലോ അകലം വന്നതിനുശേഷമേ ചന്ദ്രനെ ദൃശ്യമാകുന്നുള്ളൂ എന്നു സാരം. ഇതേ വിവരണമാണ് മറ്റു ഗ്രഹങ്ങൾക്കും.

5. **ഭൂഗ്രഹഭാനാം ഗോളാർധാനി സ്വച്ഛായയാ വിവർണാനി**
അർധാനി യഥാസാരം സൂര്യാഭിമുഖാനി ദീപ്യന്തെ

ഭൂമിയുടെയും ഗ്രഹങ്ങളുടെയും പകുതിഭാഗം അവയുടെ തന്നെ (സ്വന്തം) നിഴൽകൊണ്ട് ഇരുട്ടുബാധിച്ച് (അന്ധകാരംകൊണ്ട്) അദൃശ്യമാണ്. സൂര്യനഭിമുഖമായി നിൽക്കുന്ന (മറ്റേ) പകുതിഭാഗമാകട്ടെ (സൂര്യപ്രകാശത്താൽ) തിളങ്ങുന്നു.

6. **വൃത്തഭപഞ്ചര മധ്യേ കക്ഷ്യാപരിവേഷ്ടിതഃ ഖമധ്യഗതഃ**
മൃത്ജലശിഖിവായുമയോ ഭൂഗോളഃ സർവ്വതോ വൃത്തഃ

പ്രപഞ്ചത്തിലെ ജ്യോതിർഗോളങ്ങളുടെ നടുവിൽ ശൂന്യാകാശത്തിൽ ആധാരമില്ലാതെ, മറ്റുഗ്രഹങ്ങളുടെ സഞ്ചാരപഥങ്ങളാൽ വലയം ചെയ്ത് ഭൂഗോളം സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. മണ്ണ്, ജലം, അഗ്നി, വായു എന്നിവയാൽ നിർമ്മിതമായ ഭൂഗോളം എല്ലാതലത്തിലും വൃത്താകാരമാണ്.

ഭൂമിയിൽ നിന്ന് ഏത് ദിശയിലേക്ക് നോക്കിയാലും പ്രപഞ്ചത്തിലെ ജ്യോതിസ്സുകൾ നിറഞ്ഞ രൂപം ദൃശ്യമാകുന്നതുകൊണ്ടാണ്. ഭൂമിപ്രപഞ്ചത്തിൻെറ മധ്യത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു എന്ന വിവരണം. ഇതിന് ഭൂമി സൗരയൂഥത്തിൻെറ കേന്ദ്രമാണെന്ന വ്യാഖ്യാനമില്ല. പൊതുവെ ഖഗോളം എന്നത് പ്രപഞ്ചഗോളത്തെയും ക ഗോളം (ഇനിയുമുള്ള ശ്ലോകങ്ങളിൽ വരുന്നുണ്ട്) എന്നത് ഈ സൗരയൂഥത്തിനു സമാനമായ ഭാഗത്തെയുമാണ് ആര്യഭടൻ വീക്ഷിക്കുന്നത്.

7. **യദ്വത് കദംബ പുഷ്പഗ്രന്ഥിഃ പ്രചിതഃ സമന്തത കുസുമൈഃ**
തദ്വദ്വി സർവ്വസത്വൈ ജലജൈഃ സ്ഥലജൈശ്ച ഭൂഗോളഃ

കദംബവൃക്ഷപുഷ്പത്തിൻെറ മുകുളാകൃതിയിലുള്ള ഈ ഭൂമിയിൽ പുഷ്പത്തിൽ ഇതളുകൾ വലയം ചെയ്തിരിക്കുന്നതുപോലെ ജല-സ്ഥല ജീവികൾ (സസ്യങ്ങളുൾപ്പടെ) വലയം ചെയ്തിരിക്കുന്നു.

8. **ബ്രഹ്മദിവസേന ഭൂമേരുപരിഷ്ടാദ് യോജനം ഭവതി വൃദ്ധിഃ**
ദിനതുല്യയൈകരാത്ര്യാ മൃദുപചിതായാസ്തദിഹ ഹാനിഃ

ബ്രഹ്മാവിൻെറ ഒരു ദിനത്തിൽ (ഒരു കൽപാന്തകാലത്തിൽ) ഭൂമിയുടെ ഉപരിതലം (ബാഹ്യമായി) ഒരു യോജന വികസിക്കുന്നു. ആ ദിനത്തിൻെറ തുല്യദൈർഘ്യമുള്ള ബ്രഹ്മാവിൻെറ ഒരു രാത്രിയിൽ ഭൂമി അത്രയും തന്നെ സങ്കോചിക്കുന്നു.

ആധുനിക ജ്യോതിശാസ്ത്രവും ഭൂമിയുടെ സങ്കോചത്തെക്കുറിച്ചും വികാസത്തെക്കുറിച്ചും വിവരിക്കുന്നുണ്ട്.

9. **അനുലോമഗതിർനൗസ്ഥഃ പശ്യത്യചലം വിലോമഗം യദ്വത്**
അചലാനി ഭാനി തദ്വത് സമപശ്ചിമഗാനി ലങ്കായാം

ഒരു വഞ്ചിയിൽ മുമ്പോട്ടു പോകുന്ന വ്യക്തിക്ക് നിശ്ചലങ്ങളായ (കരയിലെ) വസ്തുക്കൾ പുറകോട്ടു പോകുന്നതുപോലെ എപ്രകാരമാണോ തോന്നുന്നത് അപ്രകാരം തന്നെയാണ്, നിശ്ചലങ്ങളായ പ്രപഞ്ചജ്യോതിസ്സുകൾ, ഭൂമധ്യരേഖയിലുള്ള ലങ്ക (എന്ന സ്ഥലത്തുനിന്ന്) യിൽ നിന്ന് വീക്ഷിക്കുമ്പോൾ കൃത്യമായി പടിഞ്ഞാറു ദിശയിലേക്ക് പോകുന്നതായി തോന്നുന്നത്.

ജ്യോതിരൂപങ്ങൾ പടിഞ്ഞാറോട്ട് പോകുന്നത് ഭൂമിയെ അവ പ്രദക്ഷിണം വെയ്ക്കുകയല്ല, മറിച്ച് ഭൂമി കിഴക്കോട്ട് തിരിയുന്നതുകൊണ്ട് അവ പടിഞ്ഞാറോട്ട് പോകുന്നതായി തോന്നുകയാണെന്ന ഈ വ്യക്തമായ വിവരണം ആധുനീക വീക്ഷണത്തോട് കിടപിടിക്കുന്നതാണ്. കോപ്പർ നിക്കസിൻെറയും ഗലീലിയോയുടേയും ഈ വീക്ഷണങ്ങൾക്ക്, 1000 വർഷങ്ങൾക്കു മുമ്പ് അപ്രകാരം ഒരു വീക്ഷണം തന്നെയാണ് ആര്യഭടൻ ഈ വരിയുലൂടെ വിവരിക്കുന്നത്.

10. **ഉദയാസ്തമയ നിമിത്തം നിത്യം പ്രവഹേണ വായുനാക്ഷിപ്ത:**
ലങ്കാസമപശ്ചിമഗോ ഭപഞ്ചരഃ സഗ്രഹോ ഭ്രമതി

(9-ാം മത്തെ ശ്ലോകത്തിൽ വിവരിച്ചതിൻെറ തുടർച്ചയായി) വായുപ്രവാഹത്താൽ (വസ്തുക്കൾ ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്നു മറ്റൊരു സ്ഥലത്തേക്ക്) പറന്നുപോകുന്നതുപോലെ ലങ്കയിൽ നിന്ന് കൃത്യം പടിഞ്ഞാറോട്ട് പ്രപഞ്ചജ്യോതിസുകൾ, ഗ്രഹങ്ങളോടുകൂടി കറങ്ങി പോകുന്നതായും, അവയുടെ നിത്യമുള്ള ഉദയാസ്തമയങ്ങൾക്കു കാരണമാകുന്നതും, (മുമ്പോട്ട് വഞ്ചി പോകുന്നതുപോലെ) ഭൂമിയുടെ കിഴക്കോട്ടുള്ള ചലനമാണ്. (പ്രപഞ്ചരൂപങ്ങൾ പടിഞ്ഞാറോട്ട് പോകുന്നത്, വിപരീത ദിശയിലേക്കാണെങ്കിൽ ഭൂമി കിഴക്കോട്ട് തിരിയണമല്ലൊ)

11. **മേരുർയോജനമാത്രഃ പ്രഭാകരൊ ഹിമവതാ പരിക്ഷിപ്ത:**
നന്ദന വനസ്യമധ്യേ രത്നമയഃ സർവ്വതോ വൃത്തഃ

ഒരു യോജനമാത്രമുള്ളതാണ് മേരു പർവ്വതം. അത് ഹിമത്താൽ ആവരണം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. നന്ദനവനത്തിൻെറ മധ്യത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. രത്നമയമായ (ഈ മേരു സ്ഥലം) വൃത്ത ആകൃതിയിലുള്ളതാണ്. അതു പ്രകാശിക്കുന്നതുമാണ്.

മേരു പ്രദേശത്തെക്കുറിച്ചും അവയുടെ വലുപ്പത്തെക്കുറിച്ചും പുരാണേതിഹാസങ്ങളിൽ തികച്ചും വ്യത്യസ്തമായ വിവരണങ്ങളാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്. ഇത് ഉത്തരധ്രുവമാണ് എന്ന് ആര്യഭടൻ ശാസ്ത്രീയമായി വ്യക്തമാക്കിയിരിക്കുന്നു.

12. **സ്വർമേരൂർ സ്ഥലമധ്യേ നരകോബഡവാമുഖം ച ജലമധ്യേ**
അമരമരാ മന്യന്തെ പരസ്പരമധഃ സ്ഥിതാൻ നിയതം

സ്വർഗവും മേരുസ്ഥലവും കരയുടെ മധ്യത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. നരകവും ബഡവാമുഖവും ജലമധ്യത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. ഇവിടെ നാശമില്ലാത്തവരായ ദേവന്മാരും നാശമുള്ളവരായ അസുരന്മാരും പരസ്പരം മറ്റവരെക്കാൾ ഉയർന്നവരെന്ന് സ്വയം ധരിച്ച് വസിക്കുന്നു.

13. **ഉദയോ യോ ലങ്കായാം സോഽസ്തമയഃ സവിതുരേവ സിദ്ധപുരേ**
മധ്യാഹ്നോ യവകോട്യാം രോമക വിഷയേഽർധരാത്രം സ്യാത്.

ലങ്കയിൽ (ലങ്കയുടെ വിവരണം അടുത്ത ശ്ലോകത്തിൽ വരുന്നുണ്ട്) സൂര്യനുദിക്കുമ്പോൾ, അതേ സൂര്യന്റെ അസ്തമയമാണ് സിദ്ധപുരദേശത്ത് അപ്പോൾ യവകോടിയിലാകട്ടെ മധ്യാഹ്നവും, രോമകദേശത്ത് അർദ്ധരാത്രിയുമായിരിക്കും.

ഭൂഗോളത്തിന്റെ നാലു പാദഭാഗങ്ങളിൽ (Quadrants) സമയത്തെ ക്കുറിച്ചുള്ള ആര്യഭടന്റെ ജ്ഞാനം അത്യത്ഭുതകരമാണ്. യാത്രാവാഹനങ്ങളൊ വാർത്താവിനിമയ സംവിധാനങ്ങളൊ ഇല്ലാതിരുന്ന കാലത്ത് ഇത്രയും കൃത്യതയോടെ വിവരിക്കുവാൻ ആര്യഭടനു സാധിച്ചുവല്ലോ!

14. **സ്ഥലജലമധ്യാല്ലങ്കാ ഭൂകക്ഷ്യായാ ഭവേത്ചതുർഭാഗേ**
ഉജ്ജയിനീ ലങ്കായാഃ തത്ചതുരംശേ സമോത്തരതഃ

കരയുടെയും ജലത്തിന്റെയും മധ്യത്തിൽ നിന്ന്, ഭൂമിയുടെ ചുറ്റളവിന്റെ കാൽഭാഗം ദൂരത്തിലായി ലങ്ക സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. അവിടെ നിന്നും കാൽഭാഗം ദൂരത്തിലായി കൃത്യം വടക്കായിട്ടാണ് ഉജ്ജയിനിയുടെ സ്ഥാനം.

ഭൂമിയുടെ ചുറ്റളവിന്റെ (360° യുടെ) കാൽഭാഗത്തിന്റെ (90° യിൽ ലങ്ക സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു അതിന്റെ കാൽഭാഗം (22° 30′ N) ഉത്തരഭാഗത്തിലായി ഉജ്ജയിനിസ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. പുരാതന

ജ്യോതിശാസ്ത്രത്തിൽ ഉജ്ജയിനിയുടെ സ്ഥാനം വളരെ പ്രധാനപ്പെട്ടതായിരുന്നു. ഉജ്ജയിനിയുടെ അക്ഷാംശമാകട്ടെ ആധുനിക ശാസ്ത്രപ്രകാരം 24° N ആണ്. ഇവ തമ്മിൽ യോജിക്കുന്നതുകൊണ്ട്, ലങ്ക ഭൂമധ്യരേഖയിലെ ഒരു സ്ഥലമായിരിക്കാനാണ് സാദ്ധ്യത.

15. **ഭൂവ്യാസാർധേനോനം ദൃശ്യം ദേശാത് സമാദ് ഭഗോളാർധം**
അർധം ഭൂമിച്ഛന്നം ഭൂവ്യാസാർധാധികം ചൈവ

(ഭൂമിയുടെ പ്രതലത്തിൽ പരന്ന തുറസ്സായ സ്ഥലത്ത് നിൽക്കുന്ന ഒരു വ്യക്തിക്ക്) പ്രപഞ്ചഗോളത്തിൻെറ അഥവാ ഭഗോളത്തിൻെറ (ചക്രവാളത്തിൽ ദൃശ്യമാകുന്ന സർവ്വജ്യോതിരൂപങ്ങളുൾക്കൊള്ളുന്ന ജ്യോതിർ മണ്ഡലമാണ് ഭ ഗോളം) ഭൂമിയുടെ വ്യാസാർദ്ധം കുറവുചെയ്തശേഷം ലഭിക്കുന്ന, പകുതി ഒരു സമതലത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ ദൃശ്യമാണ്. ഭൂവ്യാസർദ്ധത്തെകൂടി ചേർത്ത് കിട്ടുന്ന മറ്റേ പകുതി ഭൂമിയെ കൊണ്ട് തന്നെ മറഞ്ഞിരിക്കുന്നു (അതുകൊണ്ട് ഒരു പകുതി ദൃശ്യമാകുന്ന വ്യക്തിക്ക് അവിടെ നിന്നുതന്നെ ജ്യോതിർ മണ്ഡലത്തിൻെറ മറ്റേപകുതി ദൃശ്യമാകുന്നില്ല.) അതായത് ഭൂമിയുടെ കൃത്യം എതിർദിശകളിലായി (180°) നിൽക്കുന്ന രണ്ടു വ്യക്തികൾക്കുമാത്രമേ മണ്ഡലത്തിൻെറ രണ്ടു തുല്യപകുതികൾ ദൃശ്യമാകുന്നുള്ളൂ എന്നു സാരം.

16. **ദേവാഃ പശ്യന്തി ഭഗോളാർധം ഉദങ്മേരു സംസ്ഥിതാഃ സവ്യം**
അർധം ത്വപസവ്യഗതം ദക്ഷിണബഡവാമുഖേ പ്രേതാഃ

ഭൂമിയുടെ ഉത്തരാർദ്ധഗോളത്തിലെ മേരു പർവ്വതത്തിൽ വസിക്കുന്ന ദേവന്മാർ ഭൂമി ഇടത്തുനിന്നു വലത്തേക്ക് (clockwise) തിരിയുന്നതായും, (അതിൻെറ കൃത്യം എതിർവശത്ത് അഭിമുഖമായി) ബഡവാമുഖത്ത് വസിക്കുന്ന പിതൃക്കൾ ഭൂമി വലത്തുനിന്ന് ഇടത്തേക്ക് (anticlockwise) തിരിയുന്നതായും കാണുന്നു. ഇവർ പരസ്പരം അഭിമുഖമായി നിൽക്കുന്നു എന്നു സങ്കൽപിച്ചാൽ ഇപ്രകാരമൊരു പ്രതിഭാസം കാണുന്നതാണ്.

17. **രവിവർഷാർധം ദേവാഃ പശ്യന്ത്യുദിതം രവിം തഥാ പ്രേതാഃ**
ശശിമാസാർധം പിതരഃ ശശിഗാഃ കുദിനാർധമിഹ മനുജാഃ

പകുതി വർഷത്തോളം കാലം (ഉത്തരധ്രുവത്തിൽ) ഉദിക്കുന്ന സൂര്യനെ

ദേവന്മാർ കാണുന്നു. അപ്രകാരം തന്നെ (മറ്റെ പകുതിവർഷം ദക്ഷിണധ്രുവത്തിൽ) പ്രേതങ്ങളും സൂര്യനെ കാണുന്നു. ചന്ദ്രനിൽ വസിക്കുന്ന പിതൃക്കളാകട്ടെ പകുതി ചന്ദ്രമാസം (ഒരു പക്ഷം) സൂര്യനെ കാണുന്നു. മനുഷ്യൻ എല്ലാ ഭൂദിനത്തിൻെറയും പകുതിയും (ഉദയാസ്തമയങ്ങൾക്കിടക്ക്) സൂര്യനെ കാണുന്നു.

ഉത്തരദക്ഷിണധ്രുവങ്ങളിൽ സൂര്യനെ ദൃശ്യമാകുന്ന കാലയളവിൻെറ വിവരണം ആധുനിക ശാസ്ത്രദൃഷ്ട്യാ വളരെ കൃത്യമാണ്.

18. **പൂർവ്വാപരമധ ഊർദ്ധ്വം മണ്ഡലമഥ ദക്ഷിണോത്തരം ചൈവ ക്ഷിതിജ്ഞം സമപാർശ്വസ്ഥം ഭാനാം യത്രോദയാസ്തമയൗ**

കിഴക്കും പടിഞ്ഞാറുമായി മണ്ഡലാകൃതയിലും (ഭൂമണ്ഡലത്തിനു ചുറ്റുമായി) തെക്കും വടക്കുമായി ചുവട്ടിൽ നിന്ന് മുകളിലേക്കുമായി (ഭൂമണ്ഡലത്തിന് കുത്തനെ) കടന്നുപോകുന്ന യഥാക്രമം അക്ഷാംശരേഖകളും രേഖാംശരേഖകളുമുണ്ട്. ഇവക്കു സമീപത്താ യുള്ള ഓരോ രേഖകയുടെയും അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് സൂര്യൻെറയും, നക്ഷത്രങ്ങളുടെയും, ഗ്രഹങ്ങളുടെയുമെല്ലാം ഉദയാസ്തമ യങ്ങൾ ഗണിക്കുന്നത്.

ഇന്നും നഗരങ്ങളുടേയും രാജ്യങ്ങളുടേയും സ്ഥാനനിർണയം നടത്തുന്നത് അക്ഷാംശ-രേഖാംശ രേഖകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്. മറ്റു ഗ്രഹങ്ങളും ഭൂമിയുമായുള്ള സ്ഥാനനിർണയവും. ഏത് അക്ഷാംശ-രേഖാംശ രേഖയ്ക്കുനേരെയാണ് തത്ഗ്രഹം സ്ഥിതിചെയ്യുന്നത് എന്നതിൻെറ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്. സഹസ്രാബ്ദങ്ങൾക്കു മുമ്പുതന്നെ ഈ രേഖകളെക്കുറിച്ച് വളരെ വ്യക്തമായ അറിവ് ഭാരതീയർക്കുണ്ടായിരുന്നു എന്നതിന് ഇതിൽപരം തെളിവെന്താണ് വേണ്ടത് ?

19. **പൂർവ്വാപരദിഗ്ലഗ്നം ക്ഷിതിജ്ജാദക്ഷാഗ്രയോശ്ച ലഗ്നം യത് ഉന്മണ്ഡലം ഭവേത്തത് ക്ഷയവൃദ്ധീ യത്രദിവസ നിശോഃ**

പടിഞ്ഞാറും കിഴക്കുമുള്ള ബിന്ദുക്കളെ ആ സ്ഥലത്തെ അക്ഷാംശത്തിൻെറ അകലത്തിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്നതും, ചക്രവാളത്തെ സന്ധിപ്പിക്കുന്നതുമായ ഈ വൃത്തത്തിൻെറ അടിസ്ഥാനമാണ് ചക്രവാള അക്ഷാംശം (equitorial horizon) ഇതിലാണ് ദിനമാനത്തിൻെറ ഏറ്റക്കുറച്ചിൽ അളക്കുന്നത്.

20. **പൂർവ്വാപരിദിഗ്രേഖാധശ്ചോർധ്വാ ദക്ഷിണോത്തരസ്ഥാ ച**
ഏതാസാം സമ്പാതോ ദ്രഷ്ടാ യസ്മിൻ ഭവേദ് ദേശേ

(പ്രപഞ്ചഗോളത്തെ വീക്ഷിക്കുന്ന) വ്യക്തി നിൽക്കുന്ന സ്ഥാനത്ത് കിഴക്കു പടിഞ്ഞാറായി കിടക്കുന്ന രേഖയും രേഖാംശ രേഖയും) ദക്ഷിണ ഉത്തരമായി കിടക്കുന്ന ഒരു അക്ഷാംശരേഖയും തമ്മിൽ പരസ്പരം സന്ധിക്കുന്നുണ്ടാകും.

ഭൂമിയിലുള്ള ഏതൊരു ബിന്ദുവും രേഖാംശത്തിൻെറയും അക്ഷാംശത്തിൻെറയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ വിവരിക്കാമല്ലോ. അതാണിവിടെ വിവരിക്കുന്നത്.

21. **ഊർധ്വമധസ്താദ് ദ്രഷ്ടുർജ്ഞേയം ദൃങ്മണ്ഡലം ഗ്രഹാഭിമുഖം**
ദൃക്ഷേപമണ്ഡലമപി പ്രാഗ്ലഗ്നം സ്യാത് ത്രിരാശ്യൂനം

(പ്രപഞ്ചത്തെ വീക്ഷിക്കുന്ന) ദ്രഷ്ടാവ് നിൽക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽകൂടി കുത്തനെ ഗ്രഹത്തിന്നഭിമുഖമായി കടന്നുപോകുന്ന (ഗ്രഹത്തിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്നു എന്നും വ്യാഖ്യാനമുണ്ട്). വൃത്തമണ്ഡലത്തെയാണ് ദൃങ്ങമണ്ഡലമെന്ന് പറയുന്നത്. (ഉദയരാശിയിൽ നിന്ന്) മൂന്നുരാശിപുറകിലായി ദീർഘവൃത്തത്തിൽ തന്നെ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നതുമായ ബിന്ദുവിൽകൂടി കടന്നുപോകുന്ന കുത്തനെയുള്ള വൃത്തത്തെ ദൃക്ഷേപവൃത്തം എന്നും പറയുന്നു.

22. **കാഷ്ഠമയം സമവൃത്തം സമന്തതഃ സമഗുരും ലഘും ഗോളം**
പാരദ തൈല ജലൈ സ്തം ഭ്രമയേത് സ്വധിയാ ച കാലസമം

(ഗ്ലോബിൻെറ – ഗോളയന്ത്രത്തിൻെറ വിവരണമാണിത്) പൂർണമായും മരംകൊണ്ട് ഗോളാകാരത്താൽ നിർമ്മിച്ചതും ഒരേപോലെ ഘനം (Density) ഉള്ളതുമായ ഗോളരൂപമാണിതിനുള്ളത്. രസം (മെർക്കുറി) തൈലം ജലം ഇവ ഉപയോഗിച്ച്, കാലത്തിന്നനുസരിച്ച് (4 മിനിറ്റിൽ 1′ എന്ന ഭൂമിയുടെ ഭ്രമണത്തിനനുസരിച്ച്) ബുദ്ധി ഉപയോഗിച്ച് ഇത് ഭ്രമണം ചെയ്യിച്ചിട്ടാണ് ഗോളയന്ത്രം പ്രവർത്തിപ്പിക്കുന്നത്.

23. **ദൃഗ്ഗോളാർധകപാലേ ജ്യാർധേന വികൽപയേത് ഭഗോളാർധം**
വിഷുവ ജ്ജീവാക്ഷ ഭുജാ തസ്യാസ്ത്വവലംബകഃ കോടിഃ

(ഭൂപ്രതലത്തിൽ നിന്നു വീക്ഷിക്കുന്ന വ്യക്തി കാണുന്ന) പ്രപഞ്ച ഗോളാർദ്ധത്തിലെ ദൃശ്യമാകുന്ന ഖഗോളത്തെ അതിൻെറ

കോഡുകൊണ്ട് (R sine) വിഭജിച്ച് ഉണ്ടാകുന്ന ലാറ്റിറ്റ്യൂഡ് ത്രികോണത്തിൻെറ ആധാരഭുജം (base) R sine ആയിരിക്കും. ഈ ത്രികോണത്തിൻെറ ലംബമായിരിക്കും അതിൻെറ സഹ അക്ഷാംശ (Colatitude) ത്തിൻെറ R sine.

24. **ഇഷ്ടാപക്രമവർഗം വ്യാസാർദ്ധ കൃതേർവിശോധ്യ യന്മൂലം വിഷുവദുദഗ്ദക്ഷിണത സ്തദഹോരാത്രാർധവിഷ്കംഭഃ**

(ഒരു ബിന്ദുവിലെ) അപക്രമം അഥവാ ചായ്വിൻെറ (declination) R sine ൻെറ വർഗം (square നെ) വ്യാസാർധത്തിൻെറ വർഗത്തിൽ നിന്നും കുറച്ച് അതിൻെറ വർഗമൂലമെടുക്കുക. അത് ദിനവൃത്തത്തിൻെറ (day circle) വ്യാസാർധമായിരിക്കും. ഭൂമധ്യരേഖയുടെ ദക്ഷിണ ഭാഗത്താണെങ്കിലും ഉത്തര ഭാഗത്താണെങ്കിലും (ഈ ക്രിയയിലൂടെ വ്യാസാർധം) കണ്ടുപിടിക്കാവുന്നതാണ്.

25. **ഇഷ്ടജ്യാഗുണിതമഹോരാത്രവ്യാസാർധമേവ കാഷ്ഠാന്ത്യം സ്വാഹോരാത്രാർധ ഹൃതം ഫലമജാല്ലങ്കോദയ പ്രാഗ്ജ്യാ**

ദീർഘവൃത്തത്തിലെ ഏറ്റവും കൂടിയ അപക്രമം (declination) അനുബന്ധകമായ ദിനവൃത്തത്തിൻെറ വ്യാസാർധത്തെ, (മേടരാശി ഒന്നാം രാശിയായി ഗണിച്ച്) 1, 2, 3.... എന്നീ രാശികളുടെ കോഡ് (R sine) കൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, അതനുസരിച്ചുള്ള (രാശിക്കനുസരിച്ച്) ദിനവൃത്തത്തിൻെറ വ്യാസാർധം കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ, (അതനുസരിച്ച) രാശിക്കു മുകളിലുള്ള ഉദയവൃത്തത്തിൻെറ കോഡ് (R sine) ആയിരിക്കും ലഭിക്കുക.

26. **ഇഷ്ടാപക്രമഗുണിതാമക്ഷജ്യാം ലംബകേന ഹൃത്വാ യാ സ്വാഹോരാത്രേ ക്ഷിതിജ്യാ ക്ഷയവൃദ്ധിജ്യാ ദിനനിശോഃ സാ**

അക്ഷാംശത്തിൻെറ കോഡും (R sine) അപക്രമത്തിൻെറ കോഡും (R sine of the declination) തമ്മിൽ ഗുണിച്ച് അതിനെ ഉപ അക്ഷാംശത്തിൻെറ (Colatitude) കോഡ് (R sine) കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ ദിനവൃത്തത്തിൻെറ തലത്തിൽ (plane) നിന്നുണ്ടാക്കാവുന്ന ഭൂമിയടെ കോഡ് (earthsine) ലഭിക്കും. ദിനരാത്രിമാനങ്ങളുടെ അളവിൻെറ പകുതി കൂട്ടുകയോ, കുറയുകയോ ചെയ്താലും ആ വൃത്തത്തിൻെറ കോഡിനോടും (R sine) ഇത് തുല്യമായിരിക്കും.

27. **ഉദയതി ഹി ചക്രപാദശ്ചരദല ഹീനേന ദിവസപാദേന
പ്രഥമോന്ത്യശ്ചാഥാന്യൗ തത്സഹിതേന ക്രമോൽക്രമശഃ**

(ഓരോ) ഉദയത്തിനും ശേഷം ദിനമാനത്തിൻെറ കാൽഭാഗം തീരുമ്പോൾ ചക്രവാളത്തിൽ (രാശിചക്രത്തിൻെറ) ദീർഘവൃത്തത്തിൻെറ ആദ്യ - അന്ത്യഭാഗങ്ങളുദിക്കുന്നു. ദിനമാനത്തിൻെറ കാൽഭാഗം കൂടി തീരുമ്പോൾ രാശി ചക്രത്തിൻെറ രണ്ടും മൂന്നും പാദങ്ങൾ (quadrant) മേടം, ഇടവം, മിഥുനം (എന്നീ രാശി ക്രമത്തിൽ) ഒന്നും രണ്ടും പാദങ്ങളിലെ മേടം മുതൽ കന്നിവരെയുള്ള ആറുരാശികളും തുലാം മുതൽ മീനം വരെയും രാശികളും ഓരോ രാശി വീതം ക്രമത്തിൽ ഉദയം ചെയ്യുകയും, അതുപോലെ ക്രമത്തിൽ അസ്തമിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

ജ്യോതിഷത്തിലെ രാശി ചക്രത്തിൻെറ ആരംഭം മേടരാശിയിൽ നിന്നാണ്. അതുകൊണ്ടുതന്നെ മേടസംക്രമത്തിലെ ഉദയം വിഷു-വായും, സംക്രാന്തിയായും, പുതുവർഷാരംഭമെന്ന നിലക്കും ആഘോഷിക്കുന്നു, ഉദയരാശി മേടമായാൽ അസ്തമയരാശി തുലാമായിരിക്കും, ഓരോ രാശിയുടെയും 7-ാം രാശി എന്നർത്ഥം.

28. **സ്വാഹോരാത്രേഷ്ടജ്യാം ക്ഷിതിജ്യാദവലംഭ കാഹതാം കൃത്വാ
വിഷ്കംഭാർധ വിഭക്തേ ദിനസ്യ ഗതശേഷയോഃ ശങ്കുഃ**

ദിനവൃത്തത്തിലെ ആർക്കിൻെറ കോഡിനെ (R sine) ഉപ അക്ഷാംശത്തിൻെറ (colatitude) കോഡ് കൊണ്ട് (R sine) ഗുണിച്ച്, വ്യാസാർദ്ധം കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ ജ്യോതിർഗോളത്തിൻെറ (celestial sphere) (സൂര്യോദയാൽപരം നിർദിഷ്ടബിന്ദു ചക്രവാളത്തിൽ എവിടെ നിൽക്കുന്നുവോ അതുവരെയുള്ള ചാപം (arc) ആണ് ഗണനത്തിന്നെടുക്കേണ്ടത്) സൂര്യോദയാൽ പരമുള്ളതോ അസ്തമയത്തിനുമുമ്പുള്ളതോ ആയ ഉന്നതിയുടെ (R sine) കോഡ് ആയിരിക്കുമത്.

29. **വിഷുവജ്ജീവാഗുണിതഃ സ്വേഷ്ടഃ ശങ്കുഃ സ്വലംബകേന ഹൃതഃ
അസ്തമയോദയ സൂത്രാദ് ദക്ഷിണതഃ സൂര്യശങ്കു അഗ്രം**

ഗണന സമയത്തെ സൂര്യോന്നതിയുടെ കോഡിനെ (R sine) അക്ഷാംശത്തിൻെറ കോഡുകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഉപ അക്ഷാംശത്തിൻെറ (colatitude) കോഡ് കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ സൂര്യൻെറ ശങ്ക്വഗ്രം ലഭിക്കും.

ഈ ശങ്ക്വഗ്രമാകട്ടെ എല്ലായിപ്പോഴും സൂര്യോദയ/അസ്തമയ രേഖയുടെ ദക്ഷിണഭാഗത്തായിരിക്കും. (ഉദയാസ്തമയ രേഖയോട് ചേർന്ന ചക്രവാളതലത്തിൽ നിന്നും ഉന്തിനിൽക്കുന്നതായി തോന്നുന്ന സൂര്യഭാഗമത്രെ സൂര്യൻെറ ശങ്ക്വഗ്രം)

30. **പരമാപക്രമ ജീവാമിഷ്ടജ്യാർധാഹതാം തതോ വിഭജേത്**
ജ്യാ ലംബകേന ലബ്ധാർകാഗ്രാ പൂർവ്വാപരേ ക്ഷിതിജേ

ഗണനസമയത്തെ സൂര്യൻെറ രേഖാംശത്തിൻെറ കോഡിനെ സൂര്യൻെറ ഏറ്റവും കൂടിയ അപക്രമത്തിൻെറ (Declination) കോഡ് കൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, ഉപ അക്ഷാംശത്തിൻെറ (Colatitude) കോഡ് കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നതായിരിക്കും ഉദയാസ്തമയ സമയത്തെ പൂർവ്വപശ്ചിമ ചക്രവാളത്തിലെ സൂര്യാഗ്രം. (പൂർവ്വ പശ്ചിമ ചക്രവാളരേഖയിൽ നിന്നും ഉദയ/ അസ്തമയ സൂര്യൻെറ അകലത്തെ (ആംഗിൾ ഡിഗ്രിയിൽ) യാണ് സൂര്യാഗ്രം എന്നു പറയുന്നത്.)

31. **സാ വിഷുവജ്ജ്യാനാ ചേദ് വിഷുവദുദഗ്ലംബകേന സങ്ഗുണിതാ**
വിഷുവജ്ജ്യയാ വിഭക്താ ലബ്ധഃ പൂർവ്വാപരേ ശങ്കുഃ

സൂര്യൻ (ഉത്തരായണത്തിൽ) ഉത്തരാർദ്ധഗോളത്തിനു മുകളിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന രേഖാംശത്തിൻെറ കോഡിനെക്കാൾ സൂര്യാഗ്രം കുറഞ്ഞിരിക്കുമ്പോൾ, സൂര്യാഗ്രത്തെ ഉപ അക്ഷാംശത്തിൻെറ (Colatitutude) കോഡ്കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് അക്ഷാംശത്തിൻെറ കോഡുകൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ കുത്തനെയുള്ള (prime vertical) സ്ഥാനത്തു നിൽക്കുമ്പോൾ, ലഭിക്കുന്ന സൂര്യോന്നതിയുടെ കോഡ് ലഭിക്കും.

32. **ക്ഷിതിജാദുന്നത ഭാഗാനാം യാ ജ്യാ സാ പരോ ഭവേത് ശങ്കുഃ**
മധ്യാഹ്നത ഭാഗജ്യാ ഛായാ ശങ്കോസ്തു തസൈ്യവ

മദ്ധ്യാഹ്നത്തിൽ ചക്രവാളാഗ്രത്തിനുമേൽ സൂര്യോന്നതിവരെയുള്ള ചാപത്തിൻെറ കോഡ് (R sine) ആയിരിക്കും ആ ദിവസത്തെ ഏറ്റവും വലിയ ഛായാവസ്തു (gnomon) മധ്യാഹ്നത്തിലെ ഏറ്റവും കൂടിയ ഉയരത്തിൻെറ കോഡ് തന്നെയായിരിക്കും അതേ വസ്തുവിൻെറ നിഴലും (നിഴലിൻെറ ദൈർഘ്യവും)

33. **മധ്യജ്യോദയ ജീവാസംവർഗേ വ്യാസദളഹൃതേ യത്സ്യാത്**
തൻമധ്യജ്യാ കൃത്യോർവിശേഷമൂലം സ്വദൃക്ഷേപഃ

മധ്യകോഡും (മധ്യജ്യ) ഉദയത്തിൻെറ കോഡും (ഉദയജ്യ) ഗുണിച്ചു ലഭിക്കുന്ന ഫലത്തെ വ്യാസാർദ്ധം കൊണ്ടു ഭാഗിച്ച് ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗത്തിൻെറയും (square) മധ്യകോഡിൻെറ വർഗത്തിൻെറയും വ്യത്യാസം കണ്ട്, അതിൻെറ വർഗമൂലമെടുത്താൽ (Square root) അത് ദൃക്ഷേപമായിരിക്കും (സൂര്യചന്ദ്രദർശത്തിലെ parallax)

മധ്യജ്യ എന്നത് സൂര്യൻ ഏറ്റവും ഉയരത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ, (നട്ടുച്ചക്കുള്ള) വാർഷിക വൃത്തത്തിലെ (ecliptic) ബിന്ദുവിലുള്ള രേഖയുടെ കോഡ് (R sine). ഉദയജ്യ ഉദയസമയത്തെ കോഡ്.

34. **ദൃക്-ദൃക്ഷേപ കൃതി വിശേഷിതസ്യ മൂലം സ്വദൃഗ്ഗതിഃ കുവശാത് (കുവശാത്) ക്ഷിതിജ്ഞേ സ്വാ ദൃക്ഛായാ ഭൂ വ്യാസാർധം നഭോമധ്യാത്**

സൂര്യൻ/ചന്ദ്രൻ കുത്തനെ മുകളിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ ഉള്ള ദൂരത്തിൻെറയും ദൃക്ഷേപജ്യായുടെയും വർഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തിൻെറ വർഗമൂലമാണ്, ഭൂമിയുടെ ഗോളാകൃതി മൂലമുണ്ടാകുന്ന അതിൻെറ ദൃഗ്ഗതിജ്യാ. ഭൂമിയുടെ ഗോളാകൃതി മൂലമുണ്ടാകുന്ന അതിൻെറ ദൃഗ്ഗതിജ്യാ ഭൂമിയുടെ ഗോളാകൃതി മൂലമുണ്ടാകുന്ന ദൃഗ്ഗ്ഭ്രംശം (parallax) ഗ്രഹം/ സൂര്യൻ കുത്തനെ ഉയരത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ പൂജ്യവും അതിൽ നിന്ന് താഴെയായിരിക്കുമ്പോൾ, കൂടികൂടി ഉദയാസ്തമയ സമയങ്ങളിൽ ഏറ്റവും കൂടി, ഭൂമിയുടെ വ്യാസാർദ്ധം വരെയും ചക്രവാളമധ്യത്തിൽ കാണുന്നു.

35. **വിക്ഷേപഗുണാക്ഷജ്യാ ലംബകഭക്താ ഭവേദ് ഋണമുദക് സ്ഥേ ഉദയേ ധനമസ്തമയേ ദക്ഷിണഗേ ധനമൃണം ചന്ദ്രേ**

ഒരു സ്ഥലത്തെ അക്ഷാംശത്തിൻറ കോഡിനെ ചന്ദ്രാക്ഷാംശം കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക അതിനെ ഉപ അക്ഷാംശത്തിൻെറ(calatitude) കോഡ് കൊണ്ട് ഭാഗിക്കുക. ഇതാണ് ചന്ദ്രൻെറ അക്ഷദൃക്കർമം. വാർഷികവൃത്തത്തിൻെറ വടക്കുഭാഗത്താണ് ചന്ദ്രനെങ്കിൽ ഈ സംഖ്യ ചന്ദ്രോദയ രേഖാംശത്തിൽ നിന്നു കുറക്കണം (ഉദയചന്ദ്രന്) അതുപോലെ അസ്തമയ ചന്ദ്രന് ഈ സംഖ്യ രേഖാംശത്തോട് ചേർക്കണം (സങ്കലനം ചെയ്യണം), ചന്ദ്രൻ ദക്ഷിണ ഭാഗത്താണെങ്കിൽ ഇത് മറിച്ചും ചെയ്യണം.

36. **വിക്ഷേപാപക്രമമുൽക്രമണം വിസ്തരാർധകൃതി ഭക്തം ഉദഗൃണ ധനമുദഗയനെ ദക്ഷിണഗെ ധനമൃണം യാമ്യേ**

ചന്ദ്രരേഖാംശത്തോട് മൂന്നുരാശി (90°) കൂട്ടി, അതിനെ തിരിച്ചിട്ട് (Reverse) ചന്ദ്രൻെറ അക്ഷാംശംകൊണ്ടും സൂര്യൻെറ ഏറ്റവും കൂടിയ അപക്രമം (24°) കൊണ്ടും ഗുണിച്ച് വ്യാസാർധത്തിൻെറ വർഗം കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന 'അയനദൃക്കർമ' ചന്ദ്രൻെറ അക്ഷാംശം ഉത്തര ഭാഗത്താണെങ്കിൽ (ചന്ദ്രായനം ഉത്തര ദക്ഷിണ ഭാഗത്തിലെവിടെയാണെന്ന് ഗണിച്ച്) കുറക്കുകയും, ദക്ഷിണഭാഗത്താണെങ്കിൽ രേഖാംശത്തോട് കൂട്ടുകയും ചെയ്യണം. അപ്രകാരം തന്നെ അക്ഷാംശം ദക്ഷിണഭാഗത്താണെങ്കിലും അയനം ഏതു ഭാഗത്താണെന്നു ഗണിച്ച് കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്ത് കൃത്യത (Correction) വരുത്തേണ്ടതാണ്.

37. **ചന്ദ്രോ ജല മർക്കോഗ്നി മൃദ്ഭൂ ഛായാപി യാ തമസ്തദി**
ഛാദയതി ശശീ സൂര്യം ശശിനം മഹതീ ച ഭൂച്ഛായാ

ചന്ദ്രൻ ജലമയവും, സൂര്യൻ അഗ്നിമയവും, ഭൂമി പൃഥ്വിമയവുമാകുന്നു. നിഴൽ എന്നത് ഇരുട്ടാകുന്നു. ചന്ദ്രൻ സൂര്യനെ മറയ്ക്കുന്നു. ഭൂമിയുടെ മഹത്തായ നിഴൽ ചന്ദ്രനെയും മറയ്ക്കുന്നു. (ഇത് ഗ്രഹണത്തിന് കാരണമാകുന്നു.)

38. **സ്ഫുട ശശി മാസാന്തേർകം പാതാസന്നോ യഥാ പ്രവിശതീന്ദു:**
ഭൂച്ഛായാം പക്ഷാന്തേ തദാധികോനം ഗ്രഹണമധ്യം

ഒരു ചന്ദ്രമാസാന്ത്യത്തിൽ ചന്ദ്രൻ സൂര്യൻെറ പഥത്തിലേക്ക് പ്രവേശിക്കുകയോ ചന്ദ്രമാസാർദ്ധത്തിൽ (ഒരു പക്ഷാന്ത്യത്തിൽ) ഭൂമിയുടെ നിഴലിലേക്ക് പ്രവേശിക്കുകയോ ചെയ്യുന്നു. ഇപ്രകാരം പൂർണമായും ഉണ്ടാകുന്ന പ്രവേശനമാണ് സൂര്യ ചന്ദ്രഗ്രഹണമധ്യം.

39. **ഭൂരവിവിവരം വിഭജ്യേത് ഭൂഗുണിതം തു രവി ഭൂവിശേഷേണ**
ഭൂച്ഛായാദീർഘത്വം ലബ്ധം ഭൂഗോളവിഷ്കംഭാത്

ഭൂമിയിൽ നിന്നും സൂര്യനിലേക്കുള്ള ദൂരത്തെ ഭൂവ്യാസം കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് സൂര്യൻെറയും ഭൂമിയുടെയും വ്യാസങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കൊണ്ട് വിഭജിച്ചാൽ ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ഭൂനിഴലിൻെറ ദൈർഘ്യം ലഭിക്കും.

$$\text{ഭൂ നിഴലിൻെറ ദൈർഘ്യം} = \frac{\text{ഭൂമി – സൂര്യ അകലം x ഭൂവ്യാസം}}{\text{സൂര്യ വ്യാസം – ഭൂ വ്യാസം}}$$

40. **ഛായാഗ്രചന്ദ്രവിവരം ഭൂവിഷ്കംഭേണ തത് സമഭ്യസ്തം ഭൂച്ഛായയാ വിഭക്തം വിദ്യാത് തമസഃ സ്വവിഷ്കംഭം**

ഭൂനിഴലിൻെറ ദൈർഘ്യത്തിൽ നിന്നും, ഭൂമിയിൽ നിന്നും ചന്ദ്രനിലേക്കുള്ള ദൂരം കുറച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലത്തെ ഭൂമിയുടെ വ്യാസം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, ഭൂനിഴൽ ദൈർഘ്യം കൊണ്ട് വിഭജിച്ചാൽ, ചന്ദ്രൻെറ അകലത്തിലുള്ള ഭൂനിഴലിൻെറ വ്യാസം കാണുവാൻ സാധിക്കും. (അതായത് ചന്ദ്രനിൽ പതിക്കുന്ന ഭൂമിയുടെ നിഴലിൻെറ വ്യാസം കണ്ടുപിടിക്കാവുന്നതാണ്)

ഭൂമിയുടെ നിഴലിലേക്ക് പ്രവേശിക്കുന്ന ചന്ദ്രൻ, ഭൂമിയുടെ നിഴലിൻെറ അഗ്രത്തിൽ നിന്നും വളരെ ഇപ്പുറത്താണ് അതുകൊണ്ട് നിഴലിൻെറ വ്യാസം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കും.

41. **തച്ഛശിസമ്പർകാർധകൃതെഃ ശശിവിക്ഷേപവർഗിതം ശോധ്യം സ്ഥിത്യർധമസ്യ മൂലം ജ്ഞേയം ചന്ദ്രാർകദിന ഭോഗാത്**

ചന്ദ്രനിൽ പതിക്കുന്ന നിഴലിൻെറയും ചന്ദ്രൻെറ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളുടെ തുകയുടെ പകുതിയുടെ വർഗത്തിൽ (square) നിന്നും ചന്ദ്രൻെറ അക്ഷാംശത്തിൻെറ വർഗം കുറച്ച് അതിൻെറ വർഗമൂലമെടുത്താൽ (square root) ചന്ദ്രഗ്രഹണസമയ (duration) ദൈർഘ്യത്തിൻെറ പകുതി ലഭിക്കും (അർദ്ധഗ്രഹണസമയം ലഭിക്കും) (ഇപ്രകാരം) ലഭിക്കുന്നത് ഡിഗ്രി/മിനിറ്റ് (അംശം/കല) മൂല്യത്തിലായിരിക്കും സൂര്യചന്ദ്രന്മാരുടെ ദിനചലനത്തിൽ നിന്നും ഗ്രഹണദൈർഘ്യം നാഴിക/വിനാഴികയിൽ കണ്ടുപിടിക്കാവുന്നതാണ്.

42. **ചന്ദ്രവ്യാസർധോനസ്യ വർഗിതം യത്തമോമയാർധസ്യ വക്ഷേപകൃതി വിഹീനം തസ്മാന്മൂലം വിമർദാർധം**

ചന്ദ്ര അകലത്തിലുള്ള (ഭൂ) നിഴലിൻെറ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ നിന്നും ചന്ദ്രൻെറ വ്യാസാർദ്ധം കുറച്ച് അതിൻെറ വർഗം (square) കാണുക. ഇതിൽ നിന്നും ചന്ദ്രൻെറ അക്ഷാംശത്തിൻെറ വർഗം കുറച്ച് വർഗമൂലം കണ്ടാൽ അത് പൂർണഗ്രഹണ ദൈർഘ്യത്തിൻെറ പകുതിയായിരിക്കും.

43. **തമസോ വിഷ്കംഭാർധം ശശി വിഷ്കംഭാർധ വർജ്ജിത മപോഹ്യ വിക്ഷേപാധ്യച്ഛേഷം ന ഗൃഹ്യതെ തത് ശശാങ്കസ്യ**

ചന്ദ്രനിൽ പതിക്കുന്ന നിഴലിൻെറ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ നിന്നും ചന്ദ്രവ്യാസാർദ്ധം കുറച്ച്, അതിനെ (ആ സംഖ്യയെ ചന്ദ്രൻെറ അക്ഷാംശത്തിൽ നിന്നും കുറച്ചാൽ നിഴൽ പതിയാത്ത (ഭാഗികഗ്രഹണ സമയത്തെ) ഭാഗത്തിൻെറ അളവായിരിക്കും.

44. **വിക്ഷേപ വർഗ സഹിതാത് സ്ഥിതിമധ്യാദിഷ്ടവർജ്ജിതാന്മൂലം സമ്പർകാർധാച്ഛോധ്യം ശേഷസ്സ്യാത്കാലികോ ഗ്രാസഃ**

(ഒരു പ്രത്യേകസമയത്തെ ഗ്രഹണത്തിൻെറ അളവുകാണുന്നതിന്) ചന്ദ്രഗ്രഹണത്തിൻെറ അർദ്ധ ദൈർഘ്യത്തിൽ നിന്നും ചന്ദ്രൻെറ ചലന ദൈർഘ്യ രേഖാംശം (longitude) കുറച്ച്, തത്സമയത്തിലെ ചന്ദ്രൻെറ അക്ഷാംശത്തിൻെറ (latitude) വർഗവുമായി (square) കൂട്ടി, ഇതിൻെറ വർഗമൂലം (square root) എടുക്കുക. ഈ സംഖ്യയെ ചന്ദ്രൻേറയും ചന്ദ്രനിൽ പതിക്കുന്ന നിഴലിൻെറയും വ്യാസാർദ്ധങ്ങളുടെ തുകയിൽ നിന്നും കുറക്കുക. ഇതായിരിക്കും ആ സമയത്തെ ഗ്രഹണത്തിൻെറ അളവ്.

45. **മധ്യാഹ്നോൽക്രമ ഗുണിതോഽക്ഷോ ദക്ഷിണതോഽർധ വിസ്തരഹൃതോ ദിക് സ്ഥിത്യർധാച്ചാർകേന്ദോസ്ത്രിരാശിസഹിതായനാത് സ്പർശേ**

(ചക്രവാളത്തിലെ കുത്തനെയുള്ള പ്രധാനരേഖയിൽ നിന്നും (ലംബം) ഗ്രഹണത്തിന്നു വിധേയമാകുന്ന ഗോളത്തിൻെറ മധ്യരേഖക്കുണ്ടാകുന്ന അപക്രമം. ആയ അക്ഷപാലനം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്

ആ ഗോളത്തിൻെറ ആംഗിളിൻെറ സൈൻ (sine)അളവിൻെറ $\left(\frac{1}{\text{sine angle}}\right)$ എടുത്ത് അക്ഷാംശത്തിൻെറ കോഡ് (R sine) കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് വ്യാസാർദ്ധം കൊണ്ട് വിഭജിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നതാണ്. അതാകട്ടെ ദക്ഷിണ ദിശയിലായിരിക്കും.

അർധഗ്രഹണ സമയമുപയോഗിച്ച് ഗ്രഹണ സ്പർശമുണ്ടാകുന്ന സമയത്തെ സൂര്യൻെറയോ ചന്ദ്രൻെറയോ രേഖാംശം ഗണിക്കുക. ഇതിൻെറ കൂടെ മൂന്നു രാശി ദൈർഘ്യം (ഏകദേശം 90°) വർദ്ധിപ്പിക്കുക. അതനുസരിച്ചുള്ള അപക്രമത്തിൻെറ (declination) കോഡ് ഗണിക്കുക. ഇതായിരിക്കും ഗ്രഹണസ്പർശനത്തിൻെറ അയനപാലനം അഥവാ ക്രാന്തി പാലനം. ഗ്രഹണവിധേയമായ

ഗോളത്തിൻെറ ചക്രവാളമധ്യ രേഖയിൽ നിന്നും, സഞ്ചാരപഥമായ വാർഷിക വൃത്തത്തിനുണ്ടാകുന്ന ആംഗിൾ വ്യതിയാനമത്രെ അയനപാലനം. ചന്ദ്രഗ്രഹണ സ്പർശനാരംഭം കിഴക്കു നിന്നായതുകൊണ്ട് ചന്ദ്രൻെറ അയനവും അയനപാലനവും ഒന്നായിരിക്കുമത്രെ.

46. **പ്രഗ്രഹണാന്തേ ധൂമ്രഃ ഖണ്ഡഗ്രഹണെ ശശീ ഭവതി കൃഷ്ണഃ സർവ്വഗ്രാസെ കപിലഃ സകൃഷ്ണ താമ്ര സ്തമോ മധ്യേ**

ഗ്രഹണാരംഭത്തിലും അന്ത്യത്തിലും ചന്ദ്രൻെറ ഗ്രഹണം ബാധിച്ച ഭാഗം പുകമറപോലെയും, ഗ്രഹണമധ്യത്തിൽ കറുത്തും, ഗ്രഹണം പൂർണമാകുമ്പോൾ (ചന്ദ്രൻ പൂർണമായും മറയുമ്പോൾ) കരുവാളിച്ച പോലെയും പൂർണമായും നിഴലിനുള്ളിൽ ആകുമ്പോൾ കറുപ്പ് (നിറം) ഉള്ള ചെമ്പിൻെറ നിറവുമായിരിക്കും, ചന്ദ്രന് ഉണ്ടാകുക.

47. **സൂര്യേന്ദു പരിധി യോഗേ അർക്കാഷ്ടമഭാഗോ ഭവത്യനാദേശ്യഃ ഭാനോർഭാസുര ഭാവാത് സ്വച്ഛതനു ത്വാച്ഛ ശശിപരിധേഃ**

ചന്ദ്രബിംബം സൂര്യനെ മറക്കുമ്പോൾ (കുറഞ്ഞത്) സൂര്യവ്യാസത്തിൻെറ എട്ടിലൊരുഭാഗം മറയുന്നു എങ്കിൽ മാത്രമേ സൂര്യഗ്രഹണം ആചരിക്കേണ്ടതുള്ളൂ. സൂര്യരശ്മികളുടെ ആസുരികാഗ്നിഭാവത്താൽ അതിൽ കുറവാണ് ഗ്രഹണഭാഗമെങ്കിൽ, ഗ്രഹണം ഉണ്ടാകുന്നില്ല. അഥവാ ഗ്രഹണം അദൃശ്യമായിരിക്കും എന്നു സാരം.

48. **ക്ഷിതി രവി യോഗാത് ദിനകൃത് രവീന്ദുയോഗാത് പ്രസാധിതശ്ചേന്ദുഃ ശശി താരാ ഗ്രഹ യോഗാത് തഥൈവ താരാഗ്രഹാഃ സർവേ**

ജ്യോതി ശാസ്ത്രത്തിൽ സൂര്യൻെറ സ്ഥാനപഠനം ഭൂമിയെ ആധാര മാക്കിയുള്ളതാണ് (താര്യതമ്യപ്പെടുത്തിയാണ്) സൂര്യ-ചന്ദ്ര താരതമ്യത്തിലൂടെ (അഥവാ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്) ചന്ദ്രനെക്കുറിച്ച് അറിയേണ്ടത്, മറ്റു താരാഗ്രഹങ്ങളുടെ കാര്യത്തിലാകട്ടെ അവയും ചന്ദ്രനും തമ്മിലുള്ള താരതമ്യത്തിലൂടെ ഗണിക്കണം.

ഓരോ ഗ്രഹത്തിൻെറയും, സ്ഥാനം, ചലനം, ഭ്രമണപഥം എന്നിവ മറ്റൊന്നിനോട് താരതമ്യം ചെയ്താണ് ഗണിക്കേണ്ടത്. രാശിചക്രത്തിൽ സൂര്യൻ തിരിയുന്നതായി ഗണിക്കുന്നത് (വിവരിക്കുന്നത്) ഭൂമിയെ ആധാര മാക്കിയുള്ള ഗണനപ്രകാരമാണ്.

49. **സദസജ്ജ്ഞാനസമുദ്രാത് സമുദ്ധൃതം ബ്രഹ്മണഃ പ്രസാദേന**
സജ്ജ്ഞാനോത്തമ രത്നം മയാനിമഗ്നം സ്വമതി നാവാ

ബ്രഹ്മദേവപ്രസാദത്താൽ, എൻെറ ബുദ്ധിയാകുന്ന വഞ്ചിയുപയോഗിച്ച് ശരിയും തെറ്റും നിറഞ്ഞ ജ്ഞാന സമുദ്രത്തിൽ നിന്നും മുങ്ങിത്തപ്പി ശേഖരിച്ചവതരിപ്പിച്ചതാണീ വിലപിടിപ്പുള്ള ശരിയായ ജ്ഞാനമാകുന്ന ജ്യോതിശാസ്ത്രരത്നങ്ങൾ.

50. **ആര്യഭടീയം നാമ്നാപൂർവം സ്വായംഭുവം സദാ നിത്യം**
സുകൃതായുഷോഃ പ്രണശം കുരുതെ പ്രതികഞ്ചുകം യോസ്യ

സ്വയംഭുവ മനു രചിച്ച 'സ്വയം ഭുവ' എന്ന പുരാതനഗ്രന്ഥം തന്നെയാണ് ആര്യഭടീയം എന്ന ഈ ഗ്രന്ഥം (ഈ ഗ്രന്ഥവിഷയം) അത് എല്ലാകാലത്തേക്കും സത്യമാണ്. ഇതിനെ ആരു തെറ്റിക്കുന്നുവോ (ഇല്ലാത്ത) തെറ്റു ചൂണ്ടികാണിക്കുന്നുവോ അയാളുടെ സത്കർമ്മഫലങ്ങളില്ലാതാകുന്നു. അതുപോലെ ആയുസ്സും കുറയുന്നു.

◎ ◎ ◎

INDIAN INVENTIONS KNOWN IN FOREIGN SCIENTISTS' NAMES		
Lebnitz infinite series	Lebnitz	Madhava
Value for π	Lindemann (1882 AD)	Aryabhatta I
Sterling formula	Sterling (1642 AD)	Brahmagupta
Square root determination	Cantanew (1546 AD)	Aryabhatta I
Equation for area of cyclic quadrilateral	W. Shell (1619 AD)	Brahmagupta
Intermediate equation of second degree	Langrange (1560 AD)	Brahmagupta
Theory of continued fraction	Sanderson	Bhaskara I
Pellian equation	Deoron Pale (1660 AD)	Bhaskara II
Comets	Haley (1656 AD)	Varahamihira (505 AD)

ചിരപുരാതനമായ ഭാരതീയചിന്താധാര, നിത്യ നൂതനമായി ഇന്നും നിലനിൽക്കുവാൻ കാരണം, അത്യാധുനികശാസ്ത്രം ഭാരതീയ ചിന്താധാരക്ക് അന്യമായിരുന്നില്ല എന്നതു തന്നെയാണ്. അന്ധവിശ്വാസമെന്ന് അജ്ഞർ മുദ്രകുത്തിയ പല ഭാരതീയ ചിന്താധാരകളും തുറന്ന മനസ്സോടെ, വൈകിയ വേളയിലെങ്കിലും പഠിക്കുവാനുള്ള ഗവേഷണം നടത്തുവാനും ലോകമെമ്പാടുമുള്ള ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ തയ്യാറായിരിക്കുന്നു. ആധുനിക ശാസ്ത്രത്തിന്റെ ചരിത്രംതന്നെ മാറ്റി മറിക്കാവുന്ന സഹസ്രാവതി (അതിശയോക്തിയല്ല) നൂതനകണ്ടുപിടുത്തങ്ങൾ നൂറ്റാണ്ടുകൾക്കോ, സഹസ്രാബ്ദങ്ങൾക്കോ മുമ്പ് നടത്തിയവരാണ് ഭാരതീയർ. അതിനംഗീകാരം ലഭിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു! ഇന്നും അജ്ഞാതമായിരിക്കുന്ന പല ഭാരതീയ ചിന്താധാരകളും ആധുനിക മനുഷ്യന് പ്രയോജനപ്രദമാം വിധം ഉപയോഗപ്പെടുത്തുവാൻ ലോകമെമ്പാടും ശ്രമം നടക്കുമ്പോൾ, ഈ ശാസ്ത്രധാരയുടെ ഗംഗോത്രി ഉൽഭവിച്ച ഭാരതത്തിലും. അതിന് പഠനഗവേഷണ പ്രചരണങ്ങൾ വേണ്ടതല്ലോ.

ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിന്റിഫിക് ഹെറിറ്റേജ് ഈ ദൗത്യത്തിന്റെ ദീപശിഖ തെളിയിക്കുകമാത്രമാണ് ചെയ്യുന്നത്! അനുഗ്രഹിക്കുക, സഹകരിക്കുക!